

Komplexitätsklassen

Klasse P

$$P = \bigcup_{k \geq 0} \text{DTIME}(n^k)$$

In P sind Probleme, die sich in polynomieller Zeit deterministisch lösen lassen.

Klasse NP

$$NP = \bigcup_{k \geq 0} \text{NTIME}(n^k)$$

In NP sind Probleme, deren Lösungen sich in polynomieller Zeit verifizieren lassen.



Komplexitätsklassen

Satz

Es gilt

$$L \subseteq NL \subseteq^* P \subseteq^* NP \subseteq^* PSPACE = NPSpace,$$

wobei wenigstens eine der Inklusionen $\subseteq^*$ eine echte Inklusion $\subsetneq$ ist.

Beweis.

Benutze die Ergebnisse aus der 25. Vorlesung. □



Komplexitätsklassen

Weitere wichtige Klassen

$$PSPACE = \bigcup_{k \geq 0} DSPACE(n^k)$$

$$NPSpace = \bigcup_{k \geq 0} NSPACE(n^k)$$

$$L = DSPACE(\log n)$$

$$NL = NSPACE(\log n)$$



Komplexitätsklassen

- Besonders wichtig sind im Folgenden die Klassen P und NP.
- Probleme in P sind *effizient* lösbar.
Bei Problemen außerhalb P ist das vermutlich nicht möglich.

$$\begin{array}{ll} \text{polynomiell} & \approx \text{„gut“} \\ \text{suprapolynomiell} & \approx \text{„schlecht“} \end{array}$$

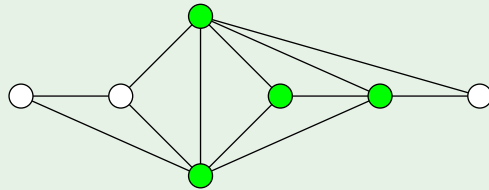


Cliquen

Definition

Es sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Eine Eckenmenge $W \subseteq V$ heiße eine *Clique*, wenn für alle Ecken $u, v \in W$ gilt: $[u, v] \in E$. (Die Ecken aus W bilden einen vollständigen Untergraphen.)

Beispiel



Die markierten Ecken bilden eine Clique der Größe 4.



WS 05/06

CS420 Vorlesung 26

5

Varianten des Clique-Problems

Es sei G ein ungerichteter Graph.

Variante	Gegeben	Frage/Aufgabe
Entscheidbarkeit	$G, k \in \mathbb{N}$	Existiert eine Clique der Größe k ?
Optimierung	G	Bestimme maximales k , so dass G eine Clique der Größe k besitzt.
Optimierung/ Berechnung	G	Berechne eine Clique maximaler Größe.



WS 05/06

CS420 Vorlesung 26

6

Wie hängen die Varianten zusammen?

Klar ist

- 1 Var. 2 in polyn. Zeit lösbar $\implies$ Var. 1 in polyn. Zeit lösbar
- 2 Var. 3 in polyn. Zeit lösbar $\implies$ Var. 2 in polyn. Zeit lösbar

Lemma

- 1 Var. 1 in polyn. Zeit lösbar $\implies$ Var. 2 in polyn. Zeit lösbar
- 2 Var. 2 in polyn. Zeit lösbar $\implies$ Var. 3 in polyn. Zeit lösbar

Beweis.

- 1 Teste für jedes k , $1 \leq k \leq |V|$, ob G eine Clique der Größe k enthält.
- 2
 - 1 Bestimme die Größe k der maximalen Clique.
 - 2 Entferne sukzessive Ecken und teste, ob der resultierende Graph immer noch eine Clique der Größe k enthält. $\square$



WS 05/06

CS420 Vorlesung 26

7