

Satz: Die kontextfreien Sprachen sind genau die NKA-Sprachen.

$L = L(G)$ für irgendeine kfG $G = (\Sigma, V, S, P)$

$\Leftrightarrow L = L_\epsilon(M)$ für irgendeinen NKA $M = (\Sigma, \Gamma, \epsilon, Q, s, \Delta)$

Satz: Die kontextfreien Sprachen sind genau die NKA-Sprachen.

$L=L(G)$ für irgendeine kfG $G = (\Sigma, V, S, P)$

$\Leftrightarrow L=L_{\epsilon}(M)$ für irgendeinen NKA $M=(\Sigma, \Gamma, \epsilon, Q, s, \Delta)$

Beweis: 1) “ $\Rightarrow$ ” Gegeben Grammatik G , baue NKA M , dessen akzeptierende Berechnungen Linksableitungen in G entsprechen

$$\Gamma = V \cup \Sigma \quad \epsilon = S \quad Q = \{s\}$$

$$\Delta = \{ (s, A, \epsilon, \alpha, s) \mid A \rightarrow \alpha \text{ in } P \} \cup \{ (s, a, a, \epsilon, s) \mid a \in \Sigma \}$$

Satz: Die kontextfreien Sprachen sind genau die NKA-Sprachen.

$L=L(G)$ für irgendeine kfG $G=(\Sigma,V,S,P)$

$\Leftrightarrow L=L_{\varepsilon}(M)$ für irgendeinen NKA $M=(\Sigma,\Gamma,\epsilon,Q,s,\Delta)$

Beweis: 2) “ $\Leftarrow$ ” Gegeben NKA $M=(\Sigma,\Gamma,\epsilon,Q,s,\Delta)$, konstruiere kf Grammatik G , sodass Linksableitungen in G den akzeptierende Berechnungen von M entsprechen. O.B.d.A. gilt $|Q|=1$

$$V = \Gamma \quad S = \epsilon \quad Q = \{s\}$$

$$P = \{ A \rightarrow a\alpha \mid (s,A,a,\alpha,s) \in \Delta \} \quad (a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\})$$

Chomsky-Normalform (für kf Grammatiken)

alle Produktionen von Form $A \rightarrow a$ oder $A \rightarrow BC$ ($A, B, C \in V, a \in \Sigma$)

Chomsky-Normalform (für kf Grammatiken)

alle Produktionen von Form $A \rightarrow a$ oder $A \rightarrow BC$ ($A, B, C \in V, a \in \Sigma$)

Greibach-Normalform (für kf Grammatiken)

alle Produktionen von Form $A \rightarrow aU$ ($U \in V^*, a \in \Sigma$)

$S \rightarrow \varepsilon$ auch zugelassen, aber dann S auf keiner rechten Produktionsseite

Chomsky-Normalform (für kf Grammatiken)

alle Produktionen von Form $A \rightarrow a$ oder $A \rightarrow BC$ ($A, B, C \in V, a \in \Sigma$)

Greibach-Normalform (für kf Grammatiken)

alle Produktionen von Form $A \rightarrow aU$ ($U \in V^*, a \in \Sigma$)

$S \rightarrow \varepsilon$ auch zugelassen, aber dann S auf keiner rechten Produktionsseite

Satz: $L = L(G)$ für kf Grammatik G

$\Leftrightarrow \exists$ kf Grammatik G in Chomsky-Normalform mit $L(G) = L$

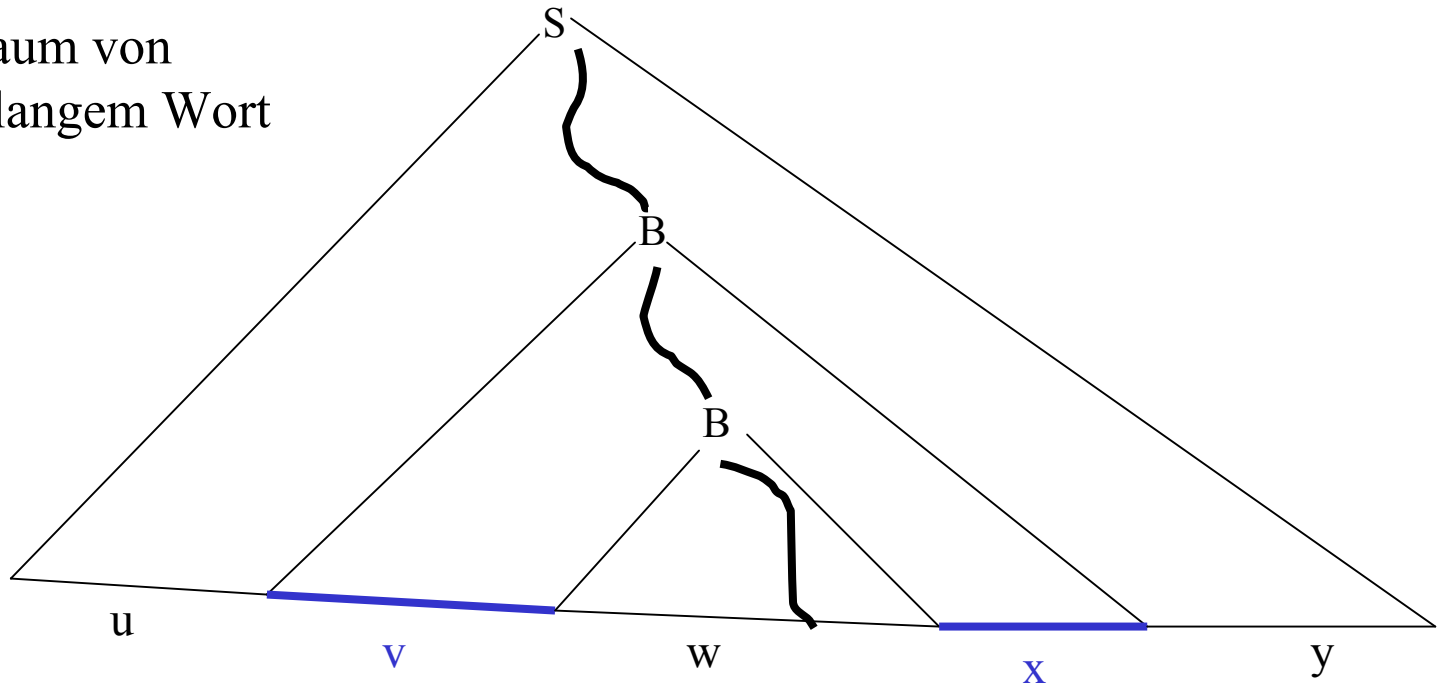
$\Leftrightarrow \exists$ kf Grammatik G in Greibach-Normalform mit $L(G) = L$

Beweis des Pumping Lemmas für NKA Sprachen:

L NKA-Sprache $\Rightarrow$

$\exists N \in \mathbb{N} : \forall z \in L \quad : \exists \text{ Unterteilung } z = uvwxy \quad : \forall i \in \mathbb{N} : uv^iwx^iy \in L$
mit $|z| \geq N$ mit $|vwx| \leq N$ und $|vx| > 0$

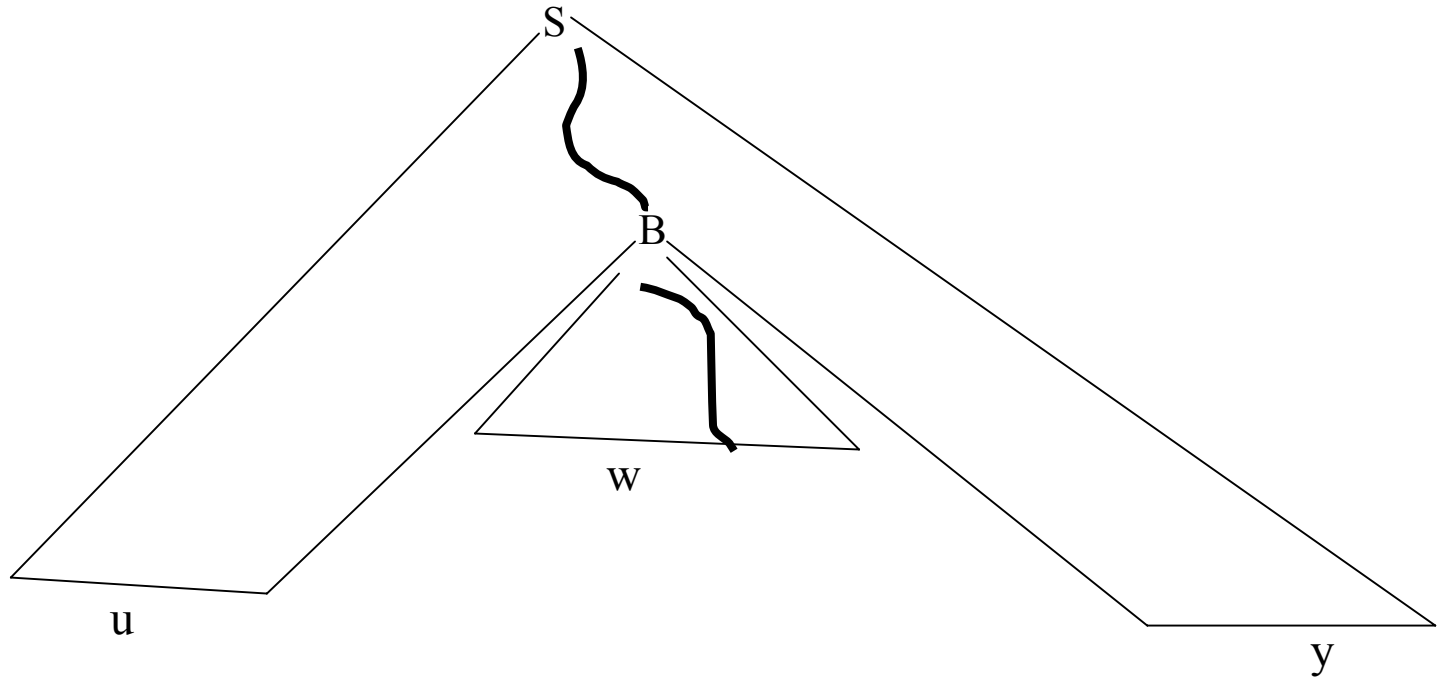
Ableitungsbaum von
hinreichend langem Wort

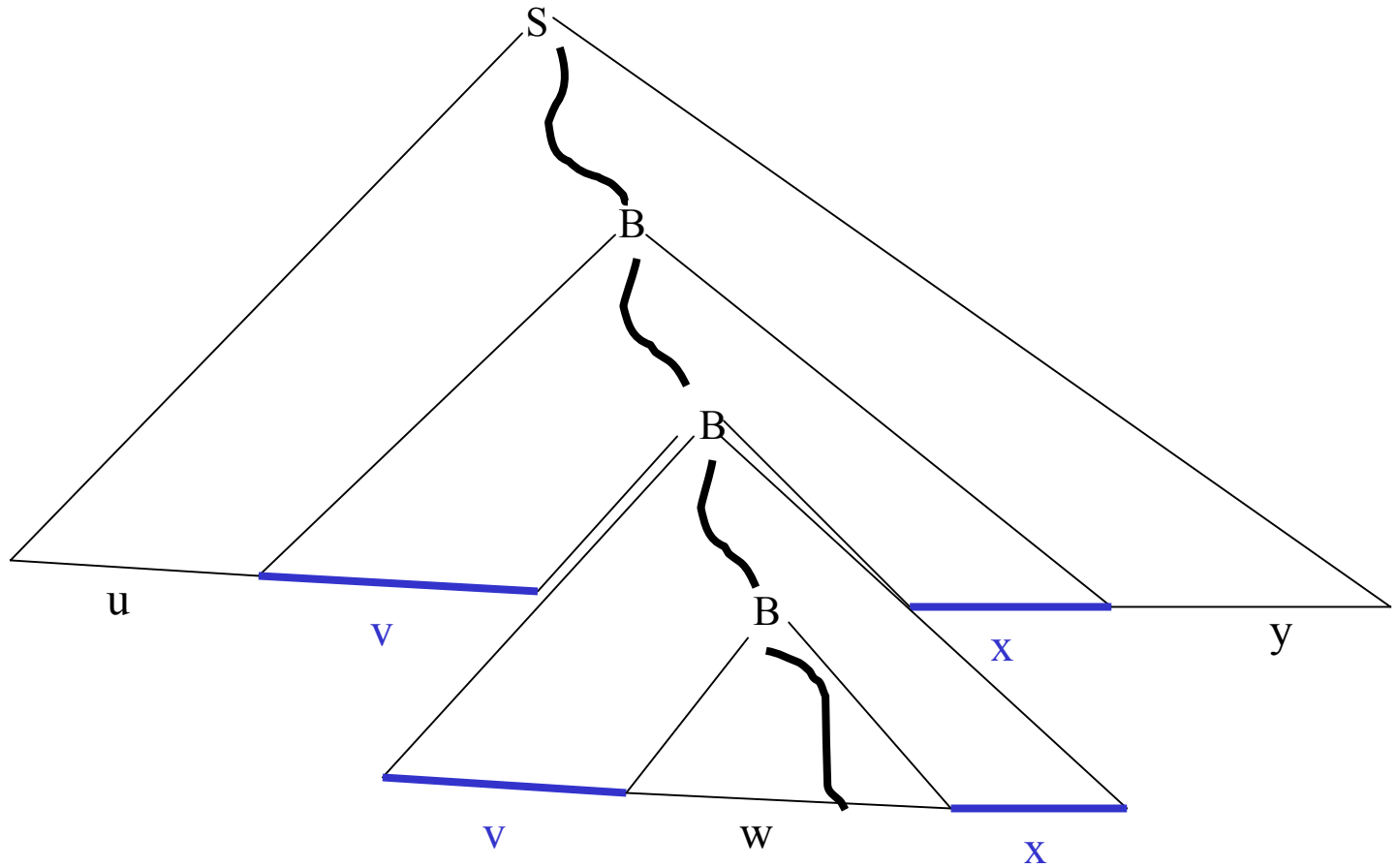


Beweis des Pumping Lemmas für NKA Sprachen:

L NKA-Sprache $\Rightarrow$

$\exists N \in \mathbb{N} : \forall z \in L$: $\exists$ Unterteilung $z = uvwx$: $\forall i \in \mathbb{N} : uv^iwx^iy \in L$
mit $|z| \geq N$ mit $|vwx| \leq N$ und $|vx| > 0$







Das Wortproblem für kontextfreie Sprachen

Gegeben kfG $G = (\Sigma, V, S, P)$ in Chomsky-Normalform und $x \in \Sigma^*$,
entscheide deterministisch, ob $x \in L(G)$.

$$x = x_0 x_1 \cdots x_{n-1} \quad x[i:j] = x_i \cdots x_{j-1} \quad V[i:j] = \{ A \in V \mid A \Rightarrow_G^* x[i:j] \}$$

Idee: Berechne $V[0:n]$ und teste, ob $S \in V[0:n]$

Gegeben kfG $G = (\Sigma, V, S, P)$ in Chomsky-Normalform und $x \in \Sigma^*$,
entscheide deterministisch, ob $x \in L(G)$.

$$x = x_0 x_1 \cdots x_{n-1} \quad x[i:j] = x_i \cdots x_{j-1} \quad V[i:j] = \{ A \in V \mid A \Rightarrow_G^* x[i:j] \}$$

Idee: Berechne $V[0:n]$ und teste, ob $S \in V[0:n]$

for $0 \leq i < n$ **do** $V[i:i+1] = \{ A \in V \mid A \rightarrow x_i \in P \}$

for $2 \leq m \leq n$ **do**

for $0 \leq i \leq n-m$ **do**

$$V[i:i+m] = \bigcup_{0 \leq j < m} \{ A \in V \mid A \rightarrow BC \text{ und } B \in V[i:i+j], C \in V[i+j:i+m] \}$$

Laufzeit $O(n^3)$, wenn n groß und G konstant.