

$L \subset \Sigma^*$ Sprache

$w \in \Sigma^* : F_L(w) = \{ x \in \Sigma^* \mid wx \in L \}$

Fortsetzungssprache von w bezüglich L

$\mathcal{F}_L = \{ F_L(w) \mid w \in \Sigma^* \}$ Menge der Fortsetzungssprachen für L

Satz (Myhill – Nerode):

L DEA-Sprache $\Leftrightarrow \mathcal{F}_L$ ist endlich

Satz (Myhill – Nerode):

L DEA-Sprache $\Leftrightarrow \mathcal{F}_L$ ist endlich

Bew: “ $\Rightarrow$ ”

L DEA-Sprache $\Rightarrow \exists$ DEA $M=(Q,\Sigma,s,F,\Delta)$ mit $L(M)=L$

für $q \in Q$ sei $L_q = \{x \in \Sigma^* \mid (q,x) \vdash_M^* (f,\varepsilon) \text{ für irgendein } f \in F\}$

$\mathcal{F}_L = \{L_q \mid q \in Q\}$ (plus möglicherweise $\{\}$) und $\mathcal{F}_L$ ist endlich.

Satz (Myhill – Nerode):

L DEA-Sprache $\Leftrightarrow \mathcal{F}_L$ ist endlich

Bew: “ $\Leftarrow$ ”

$\mathcal{F}_L$ endlich. Definiere NEA $M = (\Sigma, Q, s, F, \Delta)$ mit

$$Q = \mathcal{F}_L$$

$$s = F_L(\varepsilon) = L$$

$$F = \{ S \in \mathcal{F}_L \mid \varepsilon \in S \}$$

$$\Delta = \{ (F_L(w), a, F_L(wa)) \mid w \in \Sigma^*, a \in \Sigma \}$$

Dann gilt

$$(F_L(x_1 \cdots x_k), x_{k+1} \cdots x_n) \vdash_M (F_L(x_1 \cdots x_{k+1}), x_{k+2} \cdots x_n)$$

und M akzeptiert genau L .

Konsequenz 1: Wenn Sprache L von einem NEA akzeptiert wird, dann wird L auch von einem DEA akzeptiert.

Beweis: L von NEA $M=(\Sigma,Q,s,F,\Delta)$ akzeptiert.

für $q \in Q$ sei $L_q = \{x \in \Sigma^* \mid (q,x) \vdash_M^* (f,\varepsilon) \text{ für irgendein } f \in F \}$

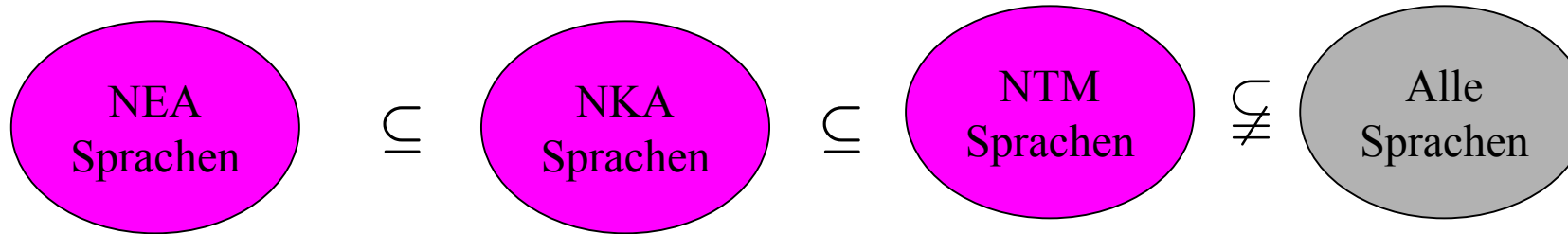
für $w \in \Sigma^*$ sei $Q(w) = \{ q \in Q \mid (s,w) \vdash_M^* (q,\varepsilon) \}$

Dann gilt

$$F_L(w) = \bigcup_{q \in Q(w)} L_q$$

Damit ist $F_L(w)$ durch $Q(w) \subset Q$ eindeutig bestimmt. Aber Q hat nur endlich viele Teilmengen, also gibt es nur endlich viele verschiedene $F_L(w)$'s.

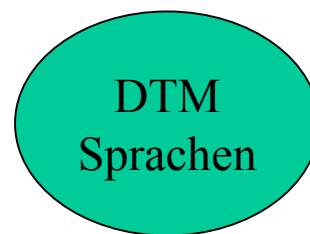
Also ist $\mathcal{F}_L$ endlich, und L wird daher von einem DEA akzeptiert.

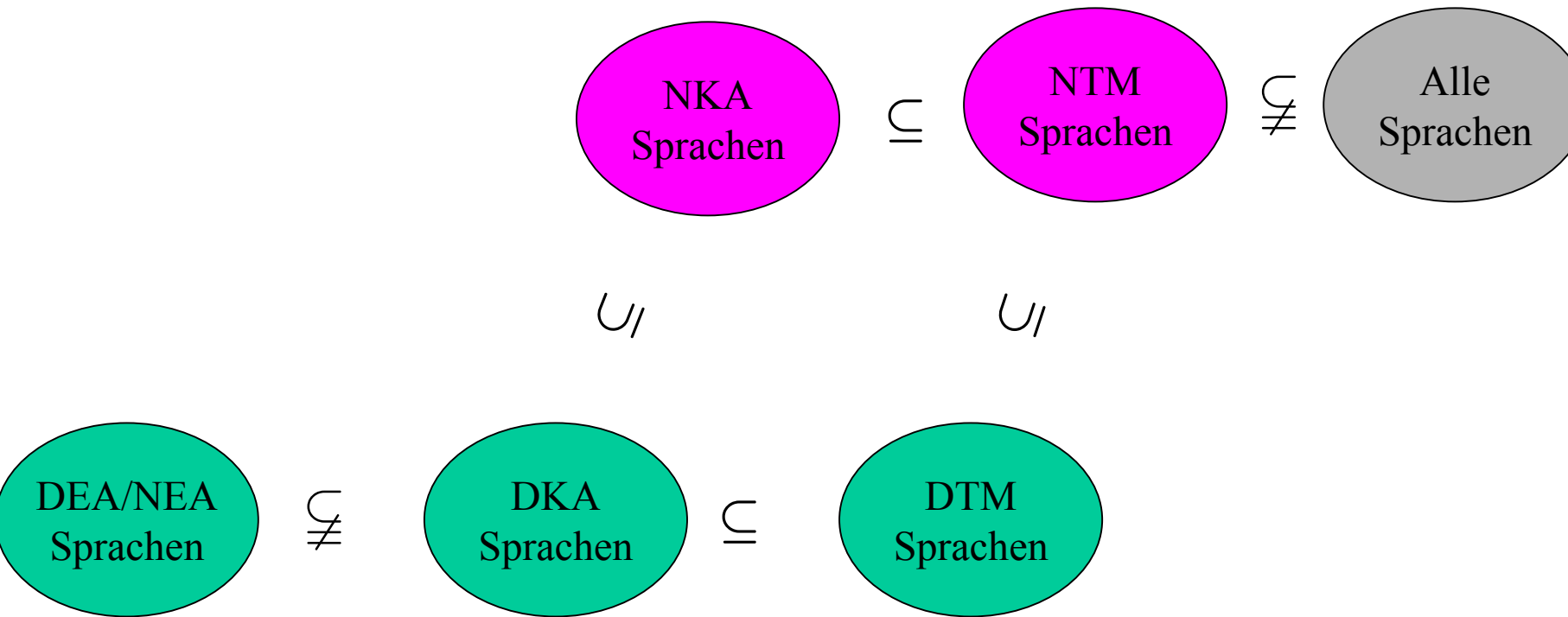


$\cup$

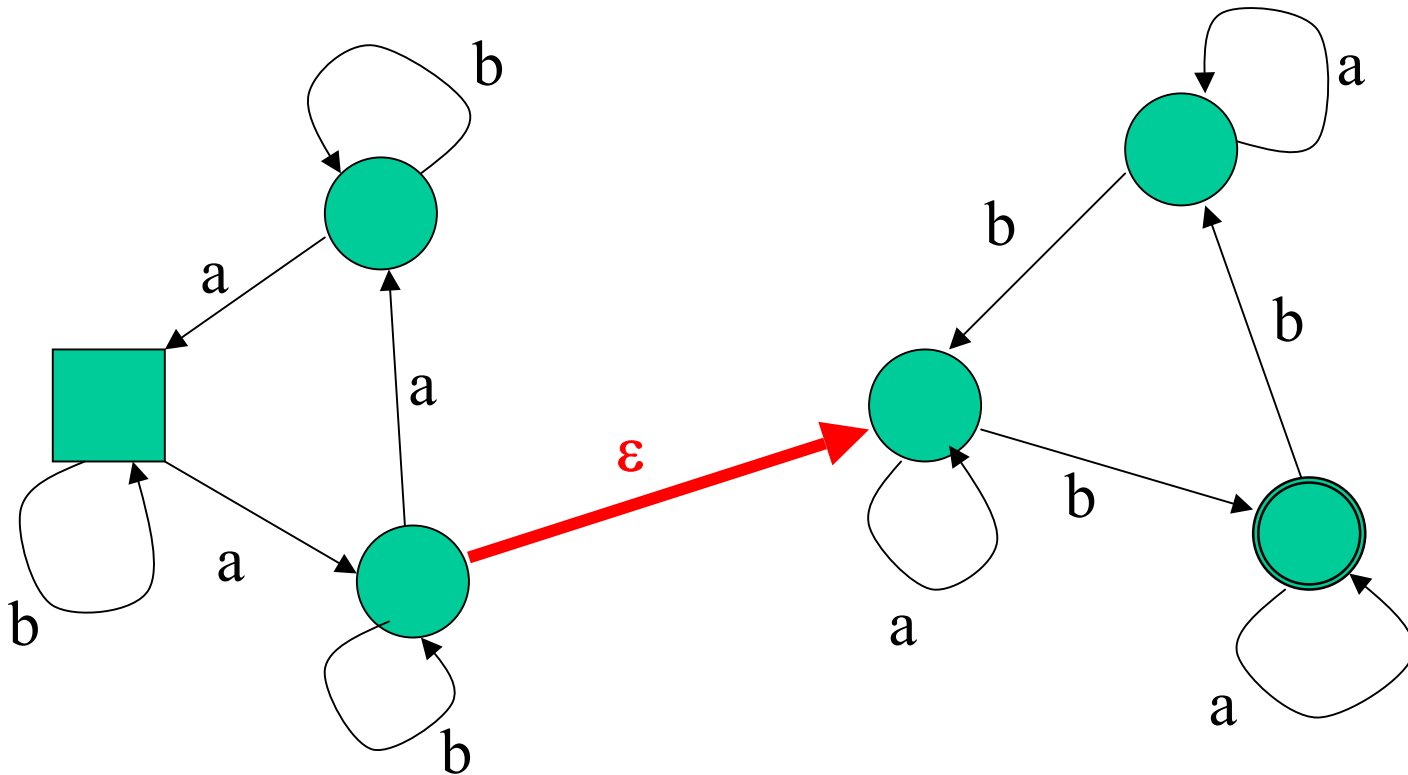
$\cup$

$\cup$





Konsequenz 2: Automaten mit ε -Übergängen akzeptieren nur DEA-Sprachen



akzeptiert z.B. $\text{bab } \varepsilon \text{ bbaabaaba} = \text{babbbbaabaaba}$

Konsequenz 3: 2-Wege-Automaten (DEAs, deren Lesekopf auch pro Rechenschritt verweilen oder nach links rücken darf) akzeptieren nur DEA-Sprachen

Beweisidee: M 2-Wege Automat; $L=L(M)$

Zeige, dass der Einfluss von w auf die Frage, ob $x \in F_L(w)$, d.h. wx wird von Maschine akzeptiert, sich im Wesentlichen nur auf eine Funktion $c:Q \mapsto Q$ beschränkt.

Die Funktion c gibt folgendes an: wenn M mit Lesekopf auf rechtestem Zeichen von w im Zustand q gestartet wird, dann ist M das erste Mal, wenn der Lesekopf über das rechte Ende von w hinausrückt im Zustand $c(q)$.

Es gibt nur endlich viele verschiedene solche Funktionen c , und jede Folgesprache wird durch so eine Funktion bestimmt.