



1. (10 Punkte) Geben Sie eine Sprache L an, für die gilt, dass L nicht rekursiv aufzählbar ist und ihr Komplement \bar{L} auch nicht rekursiv aufzählbar ist. Beweisen Sie Ihre Aussagen.
2. (10 Punkte) Eine *BB-Turingmaschine* (BB-TM) ist eine 2-Band Turingmaschine, die zusätzlich eine *Black Box* zur Verfügung hat, um die ansonsten Turing unentscheidbare Sprache UNIV zu entscheiden. Auf dem ersten Band arbeitet eine solche BB-TM wie eine gewöhnliche Turingmaschine; auf dem zweiten Band kann sie Eingaben für eine Black Box Anfrage erzeugen. Um eine solche Anfrage ausführen zu können, besitzt die BB-TM drei ausgezeichnete Zustände $q_?$, q_{ja} und q_{nein} .
Gelangt eine BB-TM während einer Berechnung in den Zustand $q_?$ und steht zu diesem Zeitpunkt das Wort $w\$x$ auf dem zweiten Arbeitsband, so wechselt sie in den Zustand q_{ja} , falls $w\$x \in \text{UNIV}$ bzw. in den Zustand q_{nein} , wenn $w\$x \notin \text{UNIV}$. Diese Entscheidung wird mit Hilfe der Black Box getroffen.
 - (a) Geben Sie an, wie die Sprache $\overline{\text{UNIV}}$ von einer BB-TM akzeptiert werden kann.
 - (b) Ist *jede* Sprache von einer BB-TM akzeptierbar, oder gibt es Sprachen, die von keiner BB-TM akzeptiert werden? Begründen Sie Ihre Antwort.
3. (10 Punkte) Unter welchen der folgenden Einschränkungen ist das Post'sche Korrespondenzproblem PCP_Σ entscheidbar?
 - (a) Das Alphabet Σ besteht nur aus einem Buchstaben
 - (b) $\Sigma = \{a, b, c\}$ und es werden nur Instanzen $(k, ((x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_k, y_k)))$ betrachtet mit $|x_i| \leq 5$ und $|y_i| \leq 5$ für alle i .

Beweisen Sie Ihre Antworten.