1. (10 Punkte) Eine Sprache $A \subset \Sigma^*$ heißt *lexikographisch rekursiv aufzählbar*, wenn A endlich ist, oder es eine berechenbare Funktion $G : \mathbb{N} \to \Sigma^*$ gibt, die "A lexikographisch aufzählt", das heißt für alle $n \in \mathbb{N}$ ist $G(n)$ der lexikographisch n-kleinste String in A. (genauer gesagt, der $(n+1)$-kleinste String).

   Zeigen Sie: A ist genau dann lexikographisch rekursiv aufzählbar, wenn A entscheidbar ist.

2. (5 Punkte) In der Vorlesung wurde der Begriff der *Reduktion* definiert. Zur Erinnerung, man sagt, Sprache $A \subset \Sigma^*$ *reduziert sich auf* Sprache $B \subset \Gamma^*$, in Zeichen $A \preceq B$, wenn es eine berechenbare Funktion $f : \Sigma^* \to \Gamma^*$ gibt, sodass f"ur alle $x \in \Sigma^*$ gilt $x \in A \Leftrightarrow f(x) \in B$.

   Ist die Relation $\preceq$ transitiv? D.h., folgt aus $A \preceq B$ und $B \preceq C$ auch $A \preceq C$?

3. (15 Punkte) Welche der folgenden Probleme sind Turing entscheidbar und welche nicht? Formulieren Sie sie jeweils als Sprachen und machen sie dann Aussagen über deren Entscheidbarkeit und beweisen Sie Ihre Aussagen.

   (a) Gegeben seien eine TM M, ein Zustand q von M und ein String x. Erreicht M auf Eingabe x vom Startzustand aus irgendwann den Zustand q?

   (b) Gegeben seien eine TM M und ein Wort x. Wenn M mit Eingabe x beginnt, rückt sie je ihren Kopf nach links?

   (c) Gegeben seien zwei Turing Maschinen M und M'. Gilt $L(M) = \overline{L(M')}$?

   Turing Maschinen und Strings sind natürlich immer als deren Kodierungen gegeben.