1. (10 Punkte) Betrachten Sie die kontextfreie Grammatik $G = (\Sigma, V, S, P)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $V = \{S, A\}$ und den Produktionen P

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aSa \mid bSb \mid aAb \mid bAa \\ A &\rightarrow aA \mid bA \mid \varepsilon\,. \end{aligned}$$

   (a) Geben Sie für drei Worte in $L(G)$ jeweils eine Ableitung an. (Insgesamt sollten die drei Worte mindestens Länge 10 haben.)

   (b) Charakterisieren Sie die Sprache $L(G)$ und beweisen Sie, dass Ihre Charakterisierung korrekt ist.

2. (10 Punkte) Geben Sie eine Grammatik G für folgende Sprache L an und beweisen Sie, dass tatsächlich $L(G) = L$ gilt.

$$L = \{\ a^n b^{(2^n)} \mid n \in \mathbb{N}\ \}$$

3. (10 Punkte) Eine Grammatik heißt *links-linear*, wenn alle ihre Produktionen von der Form $A \rightarrow Ba$ oder $A \rightarrow a$ oder $A \rightarrow \varepsilon$ sind.

   Zeigen Sie auf zwei verschiedene Arten, dass für jede links-lineare Grammatik G gilt, dass $L(G)$ eine reguläre Sprache ist:

   (a) durch eine Konstruktionsvorschrift, die aus einer links-linearen Grammatik G einen endlichen Automaten M_G erzeugt, mit $L(G) = L(M_G)$;

   (b) durch rein strukturelle Überlegungen und Anwendungen von Sätzen aus der Vorlesung.