



1. (10 Punkte)

- (a) Geben Sie ein Paar von Funktionen f und g an, sodass weder $f \in O(g)$ noch $g \in O(f)$ gilt. Beweisen Sie die Richtigkeit Ihrer Antwort.
- (b) Gibt es so ein Paar von Funktionen auch, wenn zusätzlich die Bedingung besteht, dass sowohl f als auch g streng monoton steigend ist?

2. (10 Punkte) Für eine Sprache L gelte $L \in \text{NTIME}(f(n))$, mit $f(n) \geq n$ und $f(n)$ in Zeit $f(n)$ berechenbar.

Für welche (möglichst kleine) Funktion g können Sie garantieren, dass $\overline{L} \in \text{NTIME}(g(n))$?
Beweisen Sie Ihre Antwort.

3. (10 Punkte) Es sei M eine deterministische Turingmaschine, die 1) für jede Eingabe terminiert, 2) ihren Eingabelesekopf nie nach links rückt und die 3) einen worst-case Platzverbrauch von $\lg \lg n$ hat. Hierbei sei $\lg n = \lfloor \log_2 n \rfloor$.

Zeigen Sie, dass für die Sprache $L = L(M)$ das Pumping Lemma für reguläre Sprachen gilt, d. h.

$\exists N \in \mathbb{N} \quad \forall w \in L \text{ mit } |w| \geq N \quad \exists \text{ Unterteilung } w = xyz \text{ mit } |y| \geq 1, |xy| \leq N \text{ so dass:}$

$$\forall i \in \mathbb{N}: xy^iz \in L.$$