

Theoretische Informatik (WS 2005/2006) - Übungsblatt 4

Jan Hendrik Dithmar - Matrikelnummer 2031259
Do, 11-13 Uhr, Vasileios Anastasatos

Aufgabe 1

Nach längerer Überlegung findet man folgenden regulären Ausdruck:

$$r = ((a + b)^*(ba(aa)^* + ab(bb)^*)) + (a(aa)^*) + (b(bb)^*)$$

Die Überlegungen basieren darauf, dass der Automat nur Worte akzeptiert, die nur auf eine ungerade Anzahl gleicher Zeichen endet. Nimmt man an, das Wort besteht nur aus a 's. Dann greift $(a(aa)^*)$ aus dem regulären Ausdruck (vom Startzustand ausgehend kommt man nur nach 1). Nimmt man an, das Wort besteht nur aus b 's, dann greift $(b(bb)^*)$ (vom Startzustand ausgehend kommt man nur nach 2).

Aufgabe 2

(a)

$$L_0 = \{a^{n^2} | n \in \mathbb{N}\}.$$

„Spiel“:

1. Der Gegner wählt $N \in \mathbb{N}$.
2. Ich wähle $x \in L_0$ mit $|x| \geq N$:

$$x = a^{N^2}$$

3. Der Gegner gibt die Unterteilung vor:

$$\underbrace{aa \dots}_{u=a^\alpha} \underbrace{|a \dots|}_{v=a^\beta} \underbrace{\dots aa}_w \quad \beta \geq 1, \alpha + \beta \leq N$$

4. Ich wähle $i = 0$:

$$\begin{aligned} uv^0w &= a^\alpha \cdot a^{N-\alpha-\beta} \cdot a^{N^2-N} \\ &= a^{N-\beta} a^{N^2-N} \\ &= a^{N^2-\beta} \notin L \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{da } a^{(N-1)^2} 5 &= a^{N^2-2N+1}, \quad 2N-1 > \beta > 0, \text{ da } \beta \geq 1 \text{ und } \beta \leq N-\alpha. \\ \Rightarrow |a^{(N-1)^2}| &< |a^{N^2-\beta}| < |a^{N^2}|. \end{aligned}$$

(b)

$L_1 = \{a^n | n \text{ ist eine Primzahl}\}.$

„Spiel“:

1. Der Gegner wählt $N \in \mathbb{N}$.
2. Ich wähle $x \in L_1$ mit $|x| \geq N$:

$$x = a^p$$

mit p als die kleinste Primzahl $> N + 2$.

3. Der Gegner gibt die Unterteilung vor:

$$\underbrace{aa \dots}_{u=a^\alpha} \mid \underbrace{\dots a \dots}_{v=a^\beta} \mid \underbrace{\dots a}_{w=a^\gamma} \quad \beta \geq 1, \alpha + \beta < N$$

4. Ich wähle $i = \alpha + \gamma$:

$$\begin{aligned} uv^{\alpha+\gamma}w &= a^\alpha \cdot a^{\beta \cdot (\alpha+\gamma)} \cdot a^\gamma \\ &= a^{\alpha+\beta(\alpha+\gamma)+\gamma} \\ &= a^{(\alpha+\gamma) \cdot (\beta+1)} \end{aligned}$$

$(\alpha + \gamma) \cdot (\beta + 1), \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{N}$ ist aber nicht prim.
Somit ist $a^{(\alpha+\gamma)(\beta+1)} \notin L_1$, die Sprache ist also nicht regulär.

Aufgabe 3

Folgender Automat M akzeptiert $Bexp$:

$$\begin{aligned} M &= (\Sigma, \Gamma, \mathbb{E}, Q, s, F, \Delta) \\ \Sigma &= \{0, 1, (,), +, -, *\} \\ \Gamma &= \{\mathbb{E}, A\} \\ Q &= \{S, Z, O, E\} \\ s &= S \\ F &= \{E\} \end{aligned}$$

Δ wie folgt (in der Zeichnung wird anstatt $\mathbb{E}$ das Zeichen $\$$ benutzt und für ε das Zeichen e):

