Abgabe: Mi. 23.11. 17:00

1. Eine 2-dimensionale Turing Maschine ist ein Rechenautomat, den man sich folgendermaßen vorstellen kann: Es gibt eine endliche Steuerung; diese hat Kontrolle über einen Lese/Schreibkopf, der über einem 2-dimensionalen Band, also sozusagen einem Blatt Papier, steht. Dieses Blatt ist nach allen Seiten unbegrenzt. Durch horizontale und vertikale Linien ist es in Zellen unterteilt. In einem Rechenschritt kann die Maschine den Inhalt der Zelle, über der der Kopf steht, lesen und dann abhängig vom Zustand und dem gelesenen Wert ein neues Symbol in die Zelle schreiben, in einen neuen Zustand übergehen und den Kopf um eine Zelle nach links, rechts, oben oder unten rücken.

   Zu Beginn eines Rechenganges enthalten alle Zellen Leerzeichen bis auf einen endlichen Teil einer Zellenzeile, die das Eingabewort enthält. Der Kopf steht über dem linkesten Symbol des Eingabewortes.

   Zeigen Sie, daß eine 2-dimensionale Turing Maschine im Prinzip nichts mehr kann als eine normale Turing Maschine mit einem (einseitig unendlichen) Band. Das heißt, zeigen Sie, daß für jede 2-dimensionale Maschine M es eine normale Turing Maschine M' gibt, die genau die gleiche Sprache wie Maschine M akzeptiert.

   (Ein vollkommen formaler Beweis wird hier nicht erwartet.)

2. Geben Sie durch den Formalismus von TM-Schemata zwei (normale) Turing Maschinen an, die bei Eingabe $\underline{\#}x\#y\#$ am Ende des Rechengangs am Band $\underline{\#}z$ stehen haben; dabei sind $x, y, z \in 1\{0,1\}^*$ Binärdarstellungen von natürlichen Zahlen und im ersten Fall soll z die Summe von x und y darstellen und im zweiten Fall das Produkt.

3. Zeigen Sie, daß die folgenden Sprachen nicht kontextfrei sind, also von keinem Kellerautomaten akzeptiert werden.

   (a) $L_1 = \{a^{pq} \mid p \text{ und } q \text{ sind Primzahlen}\}$

   (b) $L_2 = \{ww^Rw \mid w = in\{a,b\}^*\}$

4. Ein *Schlangenautomat* ist ähnlich einem Kellerautomaten, bis auf daß er statt eines Kellers (stack) eine Schlange (queue) als Speicher benutzt. So ein Automat hat neben der üblichen endlichen Steuerung ein Eingabeband mit einem Lesekopf, sowie ein Speicherband mit einem Schreibkopf und einem Lesekopf. Keiner der drei Köpfe kann nach links rücken (also nur nach rechts rücken oder verweilen). Zu Beginn eines Rechenganges steht das Eingabewort am Eingabeband mit dem Lesekopf über dem linkesten Zeichen. Das Speicherband enthält nur Leerzeichen und die beiden Köpfe stehen über der selben Zelle.

   (a) Entwerfen Sie eine formale Definition eines solchen Automaten (sowohl deterministisch also auch nicht deterministisch). Definieren Sie Konfigurationen, die Rechenschrittrelation $\vdash_{M}$ auf den Konfigurationen, sowie welche Worte akzeptiert werden.

   (b) Wie verhalten sich Schlangenautomaten in ihrer Mächtigkeit zu endlichen Automaten, Kellerautomaten, und Turingmaschinen?

   (c) Ändert sich Ihre Antwort zu (b), wenn der Lesekopf des Eingabebandes bei jedem Rechenschritt nach rechts rücken *muß*, also nicht verweilen darf? Wenn ja, wie?

Abgabeort ist das Postfach Lehrstuhl Seidel im Erdgeschoß Gebäude 36.