Abgabe: Fr. 11.11. 17:00

Zur Erinnerung: Wenn A und B Mengen von Strings sind, dann ist die Konkatenation AB definiert als die Menge der Strings $\{ab|a \in A,\ b \in B\}$, also zum Beispiel $\{01, 011\}\{1, 11, 00\} = \{011, 0111, 0100, 01111, 01100\}$. Weiters definiert man für jede natürliche Zahl i die Menge A^i auf rekursive Weise folgendermaßen: $A^0 = \{\varepsilon\}$ und $A^i = A^{i-1}A$ für $i > 0$. Schließlich ist $A^* = \bigcup_{i \in \mathbb{N}} A^i$.

1. Falls Sie es noch nicht getan haben, senden Sie an markus@cs.uni-sb.de eine Email und geben Sie ein mit vollständigem Namen versehenes Bild von Ihnen ab.

2. Sogenannte *reguläre Ausdrücke* über einem Alphabet Σ sind eine kompakte Art und Weise, um manche Sprachen über Σ zu beschreiben. Sie und ihre Bedeutung werden wie folgt definiert:

   (a) $\emptyset$ ist ein regulärer Ausdruck und bezeichnet die leere Menge.

   (b) ε ist ein regulärer Ausdruck und bezeichnet die Menge $\{\varepsilon\}$.

   (c) Für jedes $a \in \Sigma$ ist a ein regulärer Ausdruck und bezeichnet die Menge $\{a\}$.

   (d) Wenn r und s reguläre Ausdrücke sind, die die Sprachen R und S bezeichen, dann sind $(r + s)$, (rs) und (r^*) ebenfalls reguläre Ausdrücke und bezeichnen die Mengen $R \cup S$, RS und R^*.

   Zum Beispiel bedeutet $001 + 11$ die Menge $\{001, 11\}$, der Ausdruck $(0 + 1)^*$ bedeutet die Menge aller Worte über $\{0, 1\}$ und der Ausdruck $(000(0 + 1)^*) + (111(0 + 1)^*)$ die Menge aller Worte, die mit drei Nullen oder drei Einsen beginnen.

   (i) Beschreiben Sie die folgenden zwei Sprachen über $\{0, 1\}$ durch reguläre Ausdrücke und begründen Sie, warum diese Beschreibung korrekt ist.

   A, die Menge aller Strings mit höchstens einem Paar aufeinanderfolgender Nullen und höchstens einem Paar aufeinanderfolgender Einsen.

   B, die Menge aller Strings mit gleicher Anzahl von Nullen und Einsen, sodaß kein Präfix zwei Einsen mehr als Nullen oder zwei Nullen mehr als Einsen hat.

   (ii) Zeigen Sie, daß wenn ein regulärer Ausdruck r eine Sprache R definiert, dann gibt es einen deterministischen endlichen Automaten, der R akzeptiert.

3. Konstruieren Sie einen DEA, der zum folgenden NEA äquivalent ist, also genau die selbe Sprache akzeptiert.

4. Welche der folgenden Sprachen sind regulär und welche nicht? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

   (a) $L_1 = \{xy \mid yx \in L \text{ für Strings } x \text{ und } y\}$, wobei L eine reguläre Sprache ist.

   (b) $L_2 = \{0^i 1^j \mid \text{größter gemeinsamer Teiler von } i \text{ und } j \text{ ist } 1\}$

   (c) $L_3 = \{0^i 1^m 2^m \mid i \geq 1,\ m \geq 1\}$

5. Definieren wir einen zweiköpfigen DEA als eine Maschine ähnlich einem DEA, außer, daß sie zwei Leseköpfe hat, die unabhängig voneinander bewegt werden können (wobei eine Bewegung aus Verweilen oder nach rechts Rücken besteht). Anfangs sind beide Leseköpfe ganz links am Band. Jeder Rechenschritt hängt jetzt vom derzeitigen Zustand und den zwei von den Köpfen gelesenen Zeichen ab.

   Zeigen Sie, daß so ein zweiköpfiger Automat mehr kann als ein normaler einköpfiger, d.h. daß es Sprachen gibt, die von einem zweiköpfigen Automaten akzeptiert werden aber von keinem einköpfigen.

Abgabeort ist das Postfach Lehrstuhl Seidel im Erdgeschoß Gebäude 36.