



1. (2 Punkte)

Definieren Sie formal, wann ein Wort von einer Mehrband-Turingmaschine akzeptiert wird.

Wir werden nun sehen, dass eine 1-Band-Turingmaschine nicht nur Sprachen erkennen, sondern auch zur Berechnung von Funktionen verwendet werden kann. Wir sagen, dass eine Turingmaschine $M = (Q, \Sigma \cup \{\$, \# \}, \Gamma, s, E, \#, \Delta)$ eine Funktion $f : (\Sigma^*)^k \rightarrow \Gamma^*$ berechnet, wenn es eine Berechnung $(\varepsilon, s, x_1 \$ x_2 \$ \dots \$ x_k) \vdash_M^* (\varepsilon, h, y)$ von der Start- in eine Endkonfiguration gibt mit $f(x_1, x_2, \dots, x_k) = y$.

2. (4 Punkte)

Gegeben sei eine Turingmaschine $M = (Q, \Sigma \cup \{\$, \# \}, \Gamma, s, \{h\}, \#, \Delta)$ mit Zustandsmenge $Q = \{q_0, q_1\}$, Eingabealphabet $\Sigma = \{a, b\}$, Arbeitsalphabet $\Gamma = \{a, b, \# \}$, Anfangszustand $s = q_0$ und der folgenden Übergangsrelation $\delta : Q \times \Gamma \rightarrow \Gamma \times Q \times \{L, N, R\}$ mit $(a, \gamma, \delta(a, \gamma)) \in \Delta$

q	γ	$\delta(q, \gamma)$
q_0	a	(b, q_1, N)
q_0	b	(a, q_1, N)
q_0	$\#$	$(\#, h, N)$
q_1	a	(a, q_0, R)
q_1	b	(b, q_0, R)
q_1	$\#$	$(\#, q_0, R)$

- Geben Sie die gesamte Berechnung dieser Maschine an, wenn sie mit der Eingabe $aabbba$ gestartet wird.
- Beschreiben Sie informal, was M berechnet.

3. (16 Punkte)

Für $n \in \mathbb{N}$ sei $\beta(n)$ die Binärdarstellung von n und $\alpha(n)$ sei die Unärdarstellung von n . Also ist $\beta(n)$ ein String in $\{0, 1\}^*$ und $\alpha(n) = 1^n$, das Wort, das genau aus n Einsen besteht.

Geben Sie zu jeder der folgenden Funktionen eine Turingmaschine an, die sie berechnet. Verwenden Sie zur Spezifikation der Maschinen die in der Vorlesung vorgestellten Übergangsdiagramme und beschreiben Sie zusätzlich informal die jeweilige Arbeitsweise.

- $f : \{1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^* : f(\alpha(n)) = \beta(n)$
- $g : \{0, 1\}^* \rightarrow \{1\}^* : g(\beta(n)) = \alpha(n)$
- $M : \{1\}^* \times \{1\}^* \rightarrow \{1\}^* : M(\alpha(n), \alpha(m)) = \alpha(n \cdot m)$
- $A : \{0, 1\}^* \times \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^* : A(\beta(n), \beta(m)) = \beta(n + m)$