1. (8 Punkte)
   Welche der folgenden Sprachen sind regulär und welche nicht? Begründen Sie Ihre Entscheidung, d.h. falls die Sprache nicht regulär sein sollte, geben Sie einen Beweis dafür, falls die Sprache regulär ist, geben Sie einen DEA oder NEA dafür an.

   (a) $L_a = \{a^n b a^m b a^{n+m} \mid n, m \in \mathbb{N}\}$

   (b) $L_b = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{vor und hinter jeder 0 in } w \text{ steht eine } 1\}$

   (c) $L_c = \{a^i b^j \mid \text{ der größte gemeinsame Teiler von } i \text{ und } j \text{ ist } 1\}$

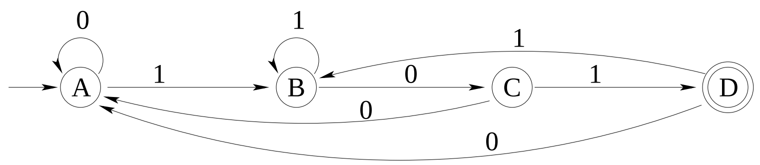
   (d) $L_d = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ ist Binärdarstellung einer durch 5 teilbaren Zahl }\}$

2. (10 Punkte)
   Wir definieren zu einem Wort $w = w_1 w_2 \ldots w_{n-1} w_n$ das gespiegelte Wort $w^R = w_n w_{n-1} \ldots w_2 w_1$. Damit bilden wir zu einer Sprache L die *Umkehrsprache* L^R

   $$L^R \quad = \quad \{w^R \mid w \in L\}.$$

   (a) Zeigen Sie, dass auch L^R eine reguläre Sprache ist, wenn L regulär ist.

   (b) Konstruieren Sie aus folgendem Automaten M einen DEA, der die Umkehrsprache $L(M)^R$ akzeptiert:

   Verwenden Sie diesen dazu, eine kurze verbale Beschreibung der Umkehrsprache (und damit auch der ursprünglichen Sprache) zu formulieren.

3. (7 Punkte)
   In dieser Frage geht es darum, dass deterministische endliche Automaten zwar im Prinzip genau so viel vermögen wie nicht-deterministische Automaten, dass sie aber dafür unter Umständen wesentlich mehr Zustände benötigen.

   Betrachten Sie folgende Sprache über dem Alphabet $\Sigma = \{0,1\}$:

   $$L_3 \quad = \quad \{w \in \Sigma^* \mid \text{ die } k\text{-t letzte Ziffer in } w \text{ ist eine } 1\}.$$

   (a) Geben Sie einen NEA an, der L_3 akzeptiert und der möglichst wenig Zustände besitzt. Wieviele Zustände hat er?

   (b) Geben Sie eine (möglichst hohe) untere Schranke für die Anzahl der Zustände an, die jeder DEA benötigt, der diese Sprache akzeptiert.