



1. (10 Punkte)

Analog zu den polynomiellen Zeitschranken können wir folgende Klassen für polynomielle Platzschranken definieren:

$$\text{PSPACE} = \bigcup_{k \in \mathbb{N}} \text{DSPACE}(n^k) \quad \text{und} \quad \text{NPSPACE} = \bigcup_{k \in \mathbb{N}} \text{NSPACE}(n^k)$$

Stimmen diese beiden Klassen überein, oder besteht eine echte Teilmengenrelation zwischen den beiden Mengen? Begründen Sie Ihre Antwort.

2. (10 Punkte)

Gegeben sei ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ mit $|V| = n$. Ein *Hamiltonscher Pfad* in G ist eine Auflistung $v_1, v_2, \dots, v_n$ aller Knoten in V , sodass $[v_i, v_{i+1}] \in E$ für $i = 1, \dots, n-1$. Ein *Hamiltonscher Kreis* in G ist ein Hamiltonscher Pfad mit der zusätzlichen Eigenschaft $[v_n, v_1] \in E$.

Es sei **HaPf** das Problem zu entscheiden, ob ein vorgegebener gerichteter Graph einen Hamiltonschen Pfad besitzt, und analog **HaKr** das Problem, ob ein Graph einen Hamiltonschen Kreis besitzt.

Zeigen Sie, dass diese beiden Probleme in polynomialer Zeit ineinander transformierbar sind.

3. (10 Punkte)

Wir betrachten das Problem **5-PARTITION**: Gegeben ist eine Menge natürlicher Zahlen $a_1, a_2, \dots, a_k$. Gibt es eine Zerlegung von $\{1, 2, \dots, k\}$ in 5 disjunkte Teilmengen $T_1, T_2, \dots, T_5$ mit der Eigenschaft

$$\bigcup_{i=1}^5 T_i = \{1, 2, \dots, k\} \quad \text{und} \quad \sum_{i \in T_l} a_i = \sum_{i \in T_m} a_i \quad \text{für je zwei Mengen } T_l \text{ und } T_m$$

Zeigen Sie, dass dieses Problem NP-vollständig ist.