Prof. Dr.-Ing. G. Weikum
Achim Kraiß
Thomas Warken

Saarbrücken, 9.2.98

Aufgabenblatt zur dritten Teilklausur Informatik III

Aufgabe 1 (6 Punkte)
Zeigen Sie, daß die Funktion $prim : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ mit

$$prim(n) = \begin{cases} 1 & \text{falls } n \text{ eine Primzahl ist} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

primitiv-rekursiv ist.
Sie können dabei auf alle primitiv-rekursiven Funktionen zurückgreifen, die in der Vorlesung oder Übung eingeführt wurden, insbesondere die Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, Rest, Signum, beschränktes Maximum, beschränkter Existenzquantor, Summe, Produkt, Teilbarkeit, beschränkter μ-Operator.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Zeigen Sie durch Diagonalisierung (also ohne Verwendung der Ackermann-Funktion), daß es totale, berechenbare Funktionen gibt, die nicht LOOP-berechenbar sind.

Aufgabe 3 (3+3+3 = 9 Punkte)

(a) Beweisen Sie die Unentscheidbarkeit der Sprache

$$L = \{w \mid \text{ die Turing-Maschine } M_w \text{ mit Codierung (Gödelnummer) } w \text{ berechnet eine totale Funktion}\}$$

(b) Eine berechenbare Funktion $f : \mathbb{N}_0^{k+1} \to \mathbb{N}_0$ heißt *regulär*, wenn es für alle $x_1, \ldots, x_k \in \mathbb{N}_0$ ein $m \in \mathbb{N}_0$ gibt, so daß $f(m, x_1, \ldots, x_k) = 0$.
Beweisen Sie, daß die Sprache

$$L = \{w \mid \text{ die Turing-Maschine } M_w \text{ mit Codierung (Gödelnummer) } w \text{ berechnet eine reguläre Funktion}\}$$

unentscheidbar ist.

(c) Beweisen Sie die Unentscheidbarkeit der Sprache

$$L = \{w \mid \text{ die Turing-Maschine } M_w \text{ mit Codierung (Gödelnummer) } w \text{ erzeugt - angesetzt auf das leere Band - niemals drei gleiche Zeichen auf benachbarten Bandfeldern}\}$$