Prof. Dr.-Ing. G. Weikum
Achim Kraiß
Thomas Warken

Saarbrücken, 12.1.98

Aufgabenblatt zur zweiten Teilklausur Informatik III

Hinweis: Es wird nicht notwendigerweise erwartet, daß in der Ihnen zur Verfügung stehenden Zeit von 90 Minuten alle Aufgaben gelöst werden.

Aufgabe 1 (4 + 2 = 6 Punkte)

(a) Zeigen Sie, daß die Sprache

$$L_1 = \{a^n b^{n+m} c^{2n+m+k} \mid n, m, k \geq 0\}$$

nicht kontextfrei ist.

(b) Zeigen Sie, daß die Sprache

$$L_2 = \{a^i b^j c^k \mid j < i \text{ oder } k < i + j\}$$

nicht deterministisch kontextfrei ist (also von keinem deterministischen Kellerautomaten akzeptiert wird).

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Konstruieren Sie einen nichtdeterministischen Kellerautomaten $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \#)$, der die Sprache

$$\begin{aligned} L = & \quad \{a^i \mid i \geq 0\} \\ & \cup \ \{a^i b^{2i} \mid i \geq 0\} \end{aligned}$$

akzeptiert, indem er für genau die Eingabewörter aus L seinen Keller vollständig leert.
Geben Sie $Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \#$ explizit und vollständig an.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Geben Sie eine Turing-Maschine $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \Box, E)$ an, die angesetzt auf ein Eingabewort $w \in \Sigma^*$ auf dem Band das Wort $w\#\mathrm{I}^{|w|}$ erzeugt (also die Länge von w in unärer Darstellung berechnet).
Geben Sie $Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z0, \Box, E$ explizit und vollständig an.
(Es werden nur *kommentierte* Übergangsfunktionen akzeptiert !)

Aufgabe 4 (3 + 3 + 2 = 8 Punkte)
Eine nichtdeterministische Turing-Maschine mit 2 Köpfen und einem Band ist ein 7-Tupel $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \Box, E)$ mit einer Übergangsfunktion
$\delta : Z \times \Gamma^2 \to 2^{Z \times \Gamma^2 \times \{L,R\}^2}$

(und den anderen Komponenten wie bei Standard-Turing-Maschinen). M kann also 2 Zeichen auf dem Band gleichzeitig lesen und anschließend schreiben sowie seine beiden Köpfe gleichzeitig und unabhängig bewegen. Eine Besonderheit ist, daß beide Köpfe in jedem Schritt echt bewegt werden müssen, also nicht auf demselben Feld stehenbleiben dürfen. Falls beide Köpfe auf demselben Feld stehen und verschiedene Zeichen schreiben wollen, so soll das Zeichen geschrieben werden, das Kopf 1 schreiben will.

(a) Definieren Sie formal den Begriff der Konfiguration einer solchen Turing-Maschine, und legen Sie eine sinnvolle Konvention für die Startkonfiguration fest. Geben Sie dann an, wie der Begriff des Rechenschritts entsprechend zu definieren ist; falls Sie dabei notationelle Fallunterscheidungen benötigen, genügt es, einen nichttrivialen Fall anzugeben und grob zu skizzieren, wie die anderen Fälle zu behandeln wären.

(b) Beweisen Sie informal (im Detaillierungsgrad entsprechend ähnlicher Beweise der Vorlesung bzw. des Schöning-Buchs), daß jede solche zweiköpfige Turing-Maschine M von einer Standard-Turing-Maschine M' simuliert werden kann, in dem Sinne, daß die von M durch Erreichen eines Endzustands aus der Startkonfiguration akzeptierte Sprache gleich der von M' akzeptierten Sprache ist.

(c) Beweisen Sie informal, daß die Besonderheit der 2-Kopf-Maschine, die Köpfe in jedem Schritt unbedingt bewegen zu müssen, nicht wesentlich ist. Zur Vereinfachung betrachten wir 1-Kopf-Maschinen mit derselben Einschränkung. Zeigen Sie informal, daß jede Standard-1-Kopf-Maschine, bei der also auch das Nichtbewegen des Kopfes erlaubt ist, von einer 1-Kopf-Maschine mit der gegebenen Einschränkung simuliert werden kann.

Wichtiger Hinweis: Die drei Teilaufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden (d.h. sie bauen nicht aufeinander auf).