**Informatik III** **Sommersemester 99**
**Übungsblatt 2** **Abgabe: Do. 29.4. Vorlesungsbeginn**

1. Geben Sie eine deterministische 1–Band Turingmaschine an, die die folgende Funktion berechnet.

$$\begin{aligned} f : \{a,b,c\}^* &\longrightarrow \{a,b,c\}^* \\ w &\longmapsto ww \end{aligned}$$

2. Sei $L$ die Sprache $\{ww \mid w \in \{a,b,c\}^*\}$. Geben Sie eine deterministische sowie eine nichtdeterministische 2–Band Turingmaschine an, die jeweils $L$ akzeptieren.

3. Seien $L_1$ und $L_2$ zwei Turing–akzeptierbare Sprachen. Was können Sie dann über die Akzeptierbarkeit der Sprachen $V = L_1 \cup L_2$ und $S = L_1 \cap L_2$ aussagen? Was weiß man über die Entscheidbarkeit von $V$ und $S$, wenn $L_1$ und $L_2$ sogar Turing–entscheidbar sind? Begründen Sie Ihre Aussagen.

   *Zusatz:* Ist mit $L_1$ auch das Komplement $\{w \mid w \notin L_1\}$ der Sprache Turing–akzeptierbar?

4. Wir stellen uns nun eine Turingmaschine vor, die unendlich lange rechnet und dabei immer wieder in einen ausgezeichneten Zustand $q$ gelangt. Zu genau diesen Zeitpunkten befindet sich auf dem Band der Maschine, gekennzeichnet durch die Sonderzeichen \$, ein Wort über dem zugrundeliegenden Alphabet. Dieses Wort interpretieren wir dann als Element der Sprache, die die Turingmaschine auf diese Weise erzeugt. Formal können wir das folgendermaßen definiern:

   Wir sagen, dass eine Turingmaschine $M$ eine Sprache $L$ *aufzählt*, wenn für einen festgelegten Zustand $q$ von $M$

$$L = \{w \mid \text{ für einen String } u \text{ gilt: } s \vdash_M^* q\,\$\,w\,\$\,u\},$$

   wobei $s$ der Startzustand von $M$ ist.

   Geben Sie für $\Sigma = \{0,1,2\}$ eine deterministische Turingmaschine an, um die Sprache $\Sigma^*$ aufzuzählen; beachten Sie, dass die Worte dieser Sprache genau den Darstellungen der natürlichen Zahlen zur Basis 3 entsprechen.

5. Gegeben sei eine beliebige Aufzählung von 0/1–Folgen. Zeigen Sie, dass in dieser Aufzählung nicht nur eine, sondern überabzählbar viele solcher Folgen fehlen müssen.

   *Hinweis:* Modifizieren Sie das Diagonalisierungsverfahren von Cantor so, dass sie zu jeder beliebigen 0/1–Folge injektiv eine Folge konstruieren können, die in der Aufzählung nicht vorkommt.