Informatik III — **Sommersemester 99**

Übungsblatt 10 — **Abgabe: Do. 8.7. Vorlesungsbeginn**

1. (5 Punkte) In der Vorlesung haben wir zum Beweis, dass $\mathrm{NSPACE}(f(n)) = co\text{-}\mathrm{NSPACE}(f(n))$ gilt, zwei Funktionen ERREICHBAR und m_t definiert, die einander jeweils rekursiv aufrufen. Damit führt der Aufruf ERREICHBAR(T,K,...,K) für eine Schranke $T = 2^{\mathcal{O}(f(n))}$ in der Regel zu einem Speicherplatzbedarf von mehr als $\mathcal{O}(f(n))$.

   Begründen Sie zunächst, woran das liegt. Beschreiben Sie danach möglichst genau, wie man die beiden Funktionen dennoch verwenden kann, um eine Maschine M' zu konstruieren, die das Komplement einer Sprache $L \in \mathrm{NSPACE}(f(n))$ mit einem worst–case Platzverbauch von $\mathcal{O}(f(n))$ erkennt.

2. (12 Punkte) Welche der folgenden Sprachen sind regulär und welche nicht? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

   (a) $L_1 = \{xy \mid yx \in L$ für Strings x und $y\}$, wobei L eine reguläre Sprache ist.

   (b) $L_2 = \{0^i 1^j \mid$ der größte gemeinsame Teiler von i und j ist $1\}$

   (c) $L_3 = \{0^i 1^m 2^m \mid i \geq 1,\ m \geq 1\}$

   (d) $L_4 = \{a^i u a^j v a^k \mid u, v \in \{b\}^*$ und $(i + j + k)$ ist durch 5 teilbar$\}$

3. (10 Punkte) Ein *deterministischer endlicher Umsetzer* ist ein DEA, der durch ein Ausgabeband erweitert wird. Auf dieses Band kann der Automat nur schreiben, lesen kann er davon nicht. Nach jedem Schreiben bewegt er den Kopf nach rechts. Das Eingabealphabet sei mit Σ, das Ausgabealphabet mit Γ bezeichnet.

   (a) Definieren Sie für den deterministischen endlichen Umsetzer (DEU) $M = (\Sigma, \Gamma, Q, s, \delta, F)$ die folgenden Begriffe formal:

   - die Übergangsfunktion $\delta : Q \times \Sigma \to Q \times \Gamma$,
   - deren Erweiterung auf Σ^*,
   - die Übergangsfunktion $\Delta : K \to K$ und
   - die von M berechnete Funktion $f_M : \Sigma^* \to \Gamma^*$.

   (b) Geben Sie einen DEU an, der die folgende Funktion $f : \bigcup_{n \in \mathbb{N}} \{0,1\}^{2n} \to \{0,1\}^*$ berechnet:

   $$w = w_0 w_1 \ldots w_{2n-1} \ \mapsto\ f(w) = x_0 \ldots x_n$$

   mit

   $$\sum_{i=0}^{n-1} (w_{2i} + w_{2i+1}) 2^i = \sum_{i-0}^{n} x_i 2^i.$$

4. (8 Punkte) Geben Sie eine Klasse von Sprachen L_n, $n \in \mathbb{N}$, an, sodass für wachsendes n die Anzahl der Zustände jedes die Sprache akzeptierenden DEA groß gegenüber der Anzahl der Zustände eines zugehörigen NEA wird. Begründen Sie Ihre Antwort informal.