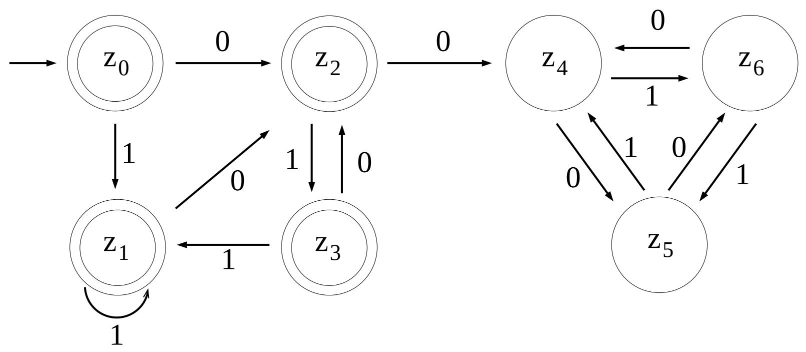
Prof.Dr.-Ing. G. Weikum
Achim Kraiß
Thomas Warken

Aufgabenblatt zur Abschlußklausur *Informatik III* (WS 97/98)

Aufgabe 1 (4+1+3+2+2=12 Punkte)

Gegeben sei der folgende deterministische endliche Automat (DEA) M mit dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$:



a) Minimieren Sie diesen DEA durch Ermittlung aller Paare nichtäquivalenter Zustände. Benutzen Sie dazu die beigefügte Tabelle auf dem Deckblatt, und tragen Sie, wie in der Vorlesung gezeigt, für jedes Paar ein, in welcher Iteration Sie es gefunden haben.

b) Welche Sprache akzeptiert M ?

c) Geben Sie die Äquivalenzklassen der Nerode-Relation explizit an (also in Form von Mengenbeschreibungen wie z.B. $\{a^{(i+3)}b^i \mid i \geq 0\}$).

d) Geben Sie eine rechtslineare Grammatik für die von M akzeptierte Sprache an.

e) Geben Sie einen regulären Ausdruck für die von M akzeptierte Sprache an.

Aufgabe 2 (6+4+2=12 Punkte)

a) Zeigen Sie, daß die Sprache

$$L_1 = \{a^i b^j a^i b^j \mid i, j \geq 0\} \subseteq \{a, b\}^*$$

nicht kontextfrei ist.

b) Zeigen Sie durch Angabe einer Grammatik, daß die Sprache

$$L_2 = \{a^i b^j c^k d^l \mid i, j, k, l \geq 0 \text{ und } i \neq k \text{ oder } j \neq l\} \subseteq \{a, b, c, d\}^*$$

kontextfrei ist.

c) Zeigen Sie, daß die unter b) angegebene Sprache nicht deterministisch kontextfrei ist (also von keinem deterministischen Kellerautomaten akzeptiert wird).

Aufgabe 3 (3+3+3+3=12 Punkte)

Geben Sie an, ob die folgenden Sprachen

- entscheidbar oder
- nicht entscheidbar, aber rekursiv aufzählbar, oder
- nicht einmal rekursiv aufzählbar

sind. Beweisen Sie Ihre jeweilige Aussage (unter Verwendung von Resultaten aus der Vorlesung).

a) $L = \{w \mid w$ ist der Code (die Gödelnummer) einer nichtdeterministischen Turing-Maschine M_w, die w nicht akzeptiert (d.h. $w \notin T(M_w)$) $\}$

b) $L = \{w \mid w$ ist der Code (die Gödelnummer) einer nichtdeterministischen Turing-Maschine M_w, deren akzeptierte Sprache nichtleer ist (d.h. $T(M_w) \neq \emptyset$) $\}$

c) $L = \{w \mid w$ ist der Code (die Gödelnummer) einer nichtdeterministischen Turing-Maschine M_w, deren Kopf niemals auf ein Feld links vom ersten Eingabezeichen bewegt wird. $\}$

d) $L = \{w \mid w$ ist der Code (die Gödelnummer) einer nichtdeterministischen Turing-Maschine M_w, die eine primitiv-rekursive Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ berechnet.

Aufgabe 4 (8 Punkte)

Zeigen Sie, daß das folgende Problem der "Quadratsummen" NP-vollständig ist:

Gegeben:
eine endliche Menge natürlicher Zahlen $A = \{a_1, \ldots, a_n\}$ sowie zwei Zahlen $P, L \in \mathbb{N}$.

Frage:
Kann A in P Teilmengen $A_1, \ldots, A_P$ partitioniert werden (d.h. $A_1 \cup \ldots \cup A_P = A$ und $A_i \cap A_j = \emptyset$ für $i \neq j$), so daß

$$\sum_{i=1}^{P} \Big(\sum_{a_k \in A_i} a_k \Big)^2 = L \ ?$$

<u>Hinweise:</u>

1. Sie können sich auf die NP-Vollständigkeit aller Probleme beziehen, bei denen diese Eigenschaft in der Vorlesung (bzw. im Schöning-Buch) oder auf den Übungsblättern explizit erwähnt wurde.
2. Das Problem ist mit dem *PARTITION*-Problem "verwandt".