



Allgemeine Hinweise:

- Wenn Sie in der Lösung einer Aufgabe einen Automaten angeben, dann verwenden Sie dazu bitte den entsprechenden Übergangsgraphen und beschreiben Sie zusätzlich in wenigen Sätzen dessen Arbeitsweise. Für Kellerautomaten und Turingmaschinen reicht eine hinreichend genaue und präzise Beschreibung in Worten.
- Wenn Sie behaupten, dass irgendein Automat oder Maschine eine bestimmte Sprache akzeptiert, begründen Sie bitte, warum das tatsächlich der Fall ist.

AUFGABE 1 (8 Punkte)

Eine Teilmenge A von $\mathbb{N}$ heißt *co-endlich*, wenn ihr Komplement in $\mathbb{N}$ endlich ist, also $\bar{A} = \mathbb{N} \setminus A$ ist endlich. Es sei CE die Menge aller co-endlicher Teilmengen von $\mathbb{N}$.

Ist die Menge CE abzählbar oder nicht? Beweisen Sie Ihre Antwort.

AUFGABE 2 (10 Punkte)

Betrachten Sie die Sprache L , die durch den regulären Ausdruck $((a+b)^* + (a+c)^*) cba$ erzeugt wird.

- Geben Sie einen möglichst einfachen NEA (ohne ε -Übergänge) an, der diese Sprache L akzeptiert.
- Bestimmen Sie aus dem Automaten, den Sie in Teil (a) erzeugt haben, einen DEA, der ebenfalls diese Sprache L akzeptiert.

AUFGABE 3 (16 Punkte)

Klassifizieren Sie folgende Sprachen. D. h., geben Sie für jede einzelne Sprache an, ob sie regulär, eine NKA-Sprache oder eine TM-Sprache ist oder nicht. Begründen Sie jeweils Ihre Aussagen.

Wenn $w \in \Sigma^*$ und $a \in \Sigma$, dann bezeichnen wir mit $\#_a(w)$ die Anzahl von a 's, die im Wort w vorkommen.

- $L_a = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid (\#_a(w) + \#_b(w)) \bmod 3 = \#_c(w) \bmod 3\}$
- $L_b = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \#_a(w) + \#_b(w) = \#_c(w)\}$
- $L_c = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \#_a(w) = \#_b(w) = \#_c(w)\}$
- $L_d(S) = \{a^n u b^n \mid u \in S \text{ und } n \in \mathbb{N}\}$, wenn S eine reguläre Sprache ist.

AUFGABE 4 (10 Punkte)

Eine 2-dimensionale Turingmaschine ist ähnlich einer normalen Turingmaschine, wie wir sie in der Vorlesung definiert haben. Der einzige Unterschied: das Arbeitsband ist nicht ein in Zellen unterteiltes 1-dimensionales Band, sondern ein durch ein quadratisches Gitter in Zellen unterteiltes 2-dimensionales Blatt (natürlich beliebig groß). So eine Maschine kann vom Eingabeband nur lesen und nichts darauf schreiben. Auf dem "Arbeitsband" kann sie schreiben und lesen und mit jedem Rechenschritt ihren Schreib/Lesekopf um eine Zelle nach links, rechts, oben oder unten bewegen.

- Wie würden Sie die Konzepte "Übergangsrelation", "Konfiguration" und "Akzeptanz" für so eine Maschine definieren?
- Zeigen Sie, dass so eine 2-dimensionale Turingmaschine um nichts mächtiger ist als eine normale Turingmaschine. Zeigen Sie also, dass es für jede 2-dimensionale Turingmaschine M eine normale Turingmaschine M' mit $L(M) = L(M')$ gibt.

AUFGABE 5 (6 Punkte)

Eine Grammatik heißt *linkslinear*, wenn alle Regeln von der Form $A \rightarrow Ba$, $A \rightarrow a$ oder $A \rightarrow \varepsilon$ sind ($A, B \in V$, $a \in \Sigma$). Eine Sprache heißt *linkslinare Sprache*, wenn sie von einer linkslinaren Grammatik erzeugt wird.

Zeigen Sie: Die regulären Sprachen sind genau die linkslinaren Sprachen.