UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
Fachrichtung 6.2 - Informatik
Lehrstuhl Prof. Weikum

Informationssysteme SS 2002

Übung 2 — Beispiellösung

Aufgabe 1: Prädikatenlogische Formeln

Formulieren Sie die folgenden beiden Aussagen als prädikatenlogische Formeln:

1. Der Professor ist glücklich, wenn alle seine Studenten Logik mögen.
2. Der Professor ist glücklich, wenn er keine Studenten hat.

Zeigen Sie durch Anwendung von Äqiuvalenzregeln, daß die zweite Aussage eine Folgerung aus der ersten Aussage ist.

p $\hat{=}$ Professor

S(x,y) $\hat{=}$ x ist Student von y

G(x) $\hat{=}$ x ist glücklich

L(x) $\hat{=}$ x mag Logik

1. $(\forall x\ S(x,p) \Rightarrow L(x)) \Rightarrow G(p)$
2. $(\neg\exists x\ S(x,p)) \Rightarrow G(p)$

z.z.: 1. $\Rightarrow$ 2. ist Tautologie

betrachte 1.:

$(\forall x\ S(x,p) \Rightarrow L(x)) \Rightarrow G(p)$

$\Leftrightarrow$ $(\neg\exists x\ \neg(S(x,p) \Rightarrow L(x))) \Rightarrow G(p)$ //wg. $\forall x\ (\neg F) \Leftrightarrow \neg\exists x\ (F)$

$\Leftrightarrow$ $(\neg\exists x\ \neg(\neg S(x,p) \vee L(x))) \Rightarrow G(p)$ //wg. $(F \Rightarrow G) \Leftrightarrow (\neg F \vee G)$

$\Leftrightarrow$ $(\neg\exists x\ (S(x,p) \wedge \neg L(x))) \Rightarrow G(p)$ //wg. $\neg(F \wedge G) \Leftrightarrow (\neg F \vee \neg G)$

betrachte linke Seite von 2.:

$\neg\exists x\ S(x,p)$

$\Rightarrow$ $\neg\exists x\ (S(x,p) \wedge F)$ für beliebige Formel F //z.B. durch Wahrheitstafeln oder //aussagenlog. Deduktion belegbar

daraus ergibt sich dann zusammen mit 1. für $F = \neg L(x)$:

$(\neg\exists x\ S(x,p) \Rightarrow \neg\exists x\ (S(x,p) \wedge \neg L(x))) \wedge (\neg\exists x\ (S(x,p) \wedge \neg L(x))) \Rightarrow G(p)$

$\Rightarrow$ $(\neg\exists x\ S(x,p)) \Rightarrow G(p)$ //Transitivität

Aufgabe 2: Strukturen und Modelle

a) Geben Sie eine Struktur an, die alle der folgenden Formeln erfüllt:

1. $\forall x: x + 0 = x$
2. $\forall x \forall y: x + succ(y) = succ(x + y)$
3. $\neg \forall x \forall y: x + y = y + x$

$U_S = IN_0 \times \{blau, rot\}$
$O_S = (0, blau)$

$succ_S : succ(n,c) = (n+1, c)$
$+_S: (m,c) + (n, c') = (m+n, c)$

b) Welche der folgenden Strukturen S sind Modelle für die Formel

$F = \exists x \exists y \exists z\ (P(x,y) \wedge P(z,y) \wedge P(x,z) \wedge \neg P(z,x))$?

1. $U_S = IN_0$, $P_S = \{(m,n) \mid m,n \in IN_0, m < n\}$
2. $U_S = IN_0$, $P_S = \{(m,m+1) \mid m \in IN_0\}$
3. $U_S = 2^{IN_0}$ (Potenzmenge von IN_0), $P_S = \{(A,B) \mid A,B \subseteq IN_0, A \subseteq B\}$

1. ja
2. nein
3. ja

Aufgabe 3: Spezifikation mit Prädikatenlogik

Formulieren Sie die folgenden Eigenschaften natürlicher Zahlen als prädikatenlogische Formeln:

a) Eine Zahl *x* ist <u>prim</u>, wenn sie keinen Teiler außer *Eins* und *x* selbst hat.
b) Der <u>ggT</u> zweier Zahlen *x* und *y* ist die größte Zahl, die sowohl *x* als auch *y* teilt.
c) Zwei Zahlen *x* und *y* heißen <u>teilerfremd</u>, wenn ihr einziger gemeinsamer Teiler die *Eins* ist.

Führen Sie dazu geeignete Prädikat- und Funktionssymbole ein, wobei Sie auf Lösungen der Teilaufgaben a) und b) zurückgreifen dürfen.

a) Prädikate:
$I(PRIM(x)) = \{x \mid x \text{ ist Primzahl})$
$I(T(x,y) = \{x,y \mid x \text{ ist Teiler von } y\}$
$I(G(x,y)) = \{x,y \mid x = y\}$
$I(e) = 1$

$\forall x((\forall y(\neg T(y,x) \vee G(y,e) \vee G(y,x))) \Rightarrow PRIM(x))$

b) Prädikate:
$I(GR(x,y)) = \{x,y \mid x > y\}$
$I(ggT(x,y)) = \{z \mid z \text{ ist ggT von x und y}\}$

$\forall x \forall y \forall z\ (T(z,x) \wedge T(z,y) \wedge (\neg \exists w\ GR(w,z) \wedge T(w,x) \wedge T(w,y)) \Rightarrow G(z, ggT(x,y)))$

c) Prädikat:
$I(TF(x,y)) = \{x,y \mid x \text{ und } y \text{ sind teilerfremd}\}$

$\forall x,y\ (G(e, ggT(x,y)) \Rightarrow TF(x,y))$

Aufgabe 4: Spezifikation mit Prädikatenlogik und Deduktion

a) Formulieren Sie die folgenden Sachverhalte mittels prädikatenlogischer Formeln:

i) Heinz Schenk ist Hesse.
ii) Heinz Becker ist Saarländer.
iii) Hessen trinken Äbbelwoi und Saarländer trinken Urpils.
iv) Wer Abbelwoi trinkt, trinkt auch Urpils.
v) Alle Urpils-Trinker sind Freunde.

i) $H(hs)$
ii) $S(hb)$
iii) $\forall x\ H(x) \Rightarrow Ä(x)$
$\forall y\ S(y) \Rightarrow U(y)$
iv) $\forall x\ Ä(x) \Rightarrow U(x)$
v) $\forall x,y\ U(x) \wedge U(y) \Rightarrow F(x,y)$

b) Zeigen Sie mit den im Vorlesungsskript aufgeführten Äquivalenzregeln, daß aus i) bis v) folgt:

vi) Hessen und Saarländer sind Freunde.
$\forall x,y\ H(x) \wedge S(y) \Rightarrow F(x,y)$

z.z.: $(i \wedge ii \wedge iii \wedge iv \wedge v) \Rightarrow vi$ ist Tautologie

betrachte $iii \wedge iv$:

$(\forall x\ H(x) \Rightarrow Ä(x)) \wedge (\forall x\ Ä(x) \Rightarrow U(x))$
$\Leftrightarrow \quad \forall x\ (H(x) \Rightarrow Ä(x) \wedge Ä(x) \Rightarrow U(x))$ //wg. $\forall x\ F \wedge \forall x\ G \Leftrightarrow \forall x\ (F \wedge G)$
vii) $\Rightarrow \quad \forall x\ (H(x) \Rightarrow U(x))$ //wg. Transitivität

betrachte $vii \wedge iii \wedge v$:

$\forall x\ (H(x) \Rightarrow U(x)) \wedge \forall y\ (S(y) \Rightarrow U(y)) \wedge \forall x,y\ (U(x) \wedge U(y) \Rightarrow F(x,y))$
$\Leftrightarrow \quad \forall x,y\ (H(x) \Rightarrow U(x) \wedge S(y) \Rightarrow U(y) \wedge (U(x) \wedge U(y)) \Rightarrow F(x,y))$
$\Rightarrow \quad \forall x,y\ (H(x) \wedge S(y) \Rightarrow F(x,y))$ //wg. Transitivität

Aufgabe 5: Relationenkalkül

Gegeben sei das aus der ersten Übung bekannte Schema einer Universitätsdatenbank:

Professor	(P_Name, Fachrichtung_Nr, Gebäude, Raum, Tel)
Fachrichtung	(Fachrichtung_Nr, F_Name, Studiendekan)
Gebäude	(Gebäude, Hausmeister)
Student	(Matrikel_Nr, S_Name, Semester, Fachrichtung_Nr)
Prüfung	(Matrikel_Nr, Fach, Prüfer, Note)

Formulieren Sie die folgenden Anfragen als Ausdrücke des Tupel-Relationenkalküls und des Domain-Relationenkalküls:

a) Wer ist Studiendekan der Fachrichtung 6.2?

TRK: $\{f.\text{Studiendekan} \mid f \in \text{Fachrichtung} \wedge f.\text{Fachrichtung\_Nr} = \text{'6.2'}\}$

DRK: $\{pro \mid \exists\, nr, name: \text{Fachrichtung}(nr,name,pro) \wedge nr = \text{'6.2'}\}$

b) In welchem Gebäude befinden sich Professoren der Fachrichtung 6.2?

TRK: $\{p.\text{Gebäude} \mid p \in \text{Professor} \wedge p.\text{Fachrichtung\_Nr} = \text{'6.2'}\}$

DRK: $\{geb \mid \exists\, name,nr,raum,tel: \text{Professor}(name,nr,raum,tel) \wedge nr = \text{'6.2'}\}$

c) Welche Studenten haben sich im Fach Datenbanksysteme bei Prof. Weikum prüfen lassen und haben nicht bestanden?

TRK: $\{p.\text{Matrikel\_Nr} \mid p \in \text{Prüfung} \wedge p.\text{Fach} = \text{'Datenbanksysteme'} \wedge p.\text{Prüfer} = \text{'Weikum'} \wedge p.\text{Note} > 4.3\}$

DRK: $\{nr \mid \exists\, fa,pr,no: \text{Prüfung}(nr,fa,pr,no) \wedge fa = \text{'Datenbanksysteme'} \wedge pr = \text{'Weikum'} \wedge no > 4.3\}$

d) An welchen Hausmeister muß sich Prof. Weikum wenden, wenn er seinen Zimmerschlüssel vergessen hat?

TRK: $\{g.\text{Hausmeister} \mid g \in \text{Gebäude} \wedge \exists\, p: (p \in \text{Professor} \wedge g.\text{Gebäude} = p.\text{Gebäude} \wedge p.\text{P\_Name} = \text{'Weikum'}\}$

DRK: $\{hm \mid \exists\, geb: \text{Gebäude}(hm,geb) \wedge \exists\, na,fa,ra,tel: \text{Professor}(na,fa,geb,ra,tel) \wedge na = \text{'Weikum'}\}$

e) Welche Studenten, die mindestens im sechsten Semester sind, haben in allen bisherigen Prüfungen mindestens die Note 2.0 erreicht?

TRK: $\{s.\text{S\_Name} \mid s \in \text{Student} \wedge s.\text{Semester} \geq 6 \wedge \forall p: ((p \in \text{Prüfung} \wedge s.\text{Matrikel\_Nr} = p.\text{Matrikel\_Nr}) \rightarrow p.\text{Note} \leq 2.0)\}$

oder

$\{s.\text{S\_Name} \mid s \in \text{Student} \wedge s.\text{Semester} \geq 6 \wedge \forall p: (\neg(p \in \text{Prüfung} \vee s.\text{Matrikel\_Nr} \neq p.\text{Matrikel\_Nr} \vee p.\text{Note} \leq 2.0)\}$

oder

$\{ s.S\_Name \mid s \in Student \wedge s.Semester \geq 6 \wedge \neg\exists p: (p \in Prüfung \wedge s.Matrikel\_Nr = p.Matrikel\_Nr \wedge p.Note > 2.0)\}$

DRK: $\{na \mid \exists nr,se,fa: Student(nr,na,se,fa) \wedge se \geq 6 \wedge \neg(\exists nr2,pfa,pr,no: Prüfung(nr2,pfa,pr,no) \wedge nr2 = nr \wedge no > 2.0)\}$

oder

$\{na \mid \exists nr,se,fa: Student(nr,na,se,fa) \wedge se \geq 6 \wedge \neg(\exists pfa,pr,no: Prüfung(nr,pfa,pr,no) \wedge no > 2.0)\}$

f) Student Hugo Meier will den Studentendekan seiner Fachrichtung anrufen, wie lautet seine Telefonnummer?

TRK: $\{p.Tel \mid p \in Professor \wedge \exists f: (f \in Fachrichtung \wedge \exists s: (s \in Student \wedge p.Fachrichtung\_Nr = f.Fachrichtung\_Nr \wedge p.P\_Name = f.Studentendekan \wedge s.Fachrichtung\_Nr = f.Fachrichtung\_Nr \wedge s.S\_Name = \text{‚Hugo Meier'}))\}$

DRK: $\{te \mid \exists fnr,fna,pr: Fachrichtung(fnr,fna,pr) \wedge \exists na,ge,ra: Professor(pr,fnr,ge,ra,te) \wedge \exists nr,sna,se: Student(nr,sna,se,fnr) \wedge sna = \text{‚Hugo Meier'}\}$