



Sie dürfen dieses Aufgabenblatt unter den schon bekannten Bedingungen in Zweiergruppen abgeben.

1. (10 Punkte)

- (a) Geben Sie ein Paar von Funktionen f und g an, sodass weder $f \in O(g)$ noch $g \in O(f)$ gilt. Beweisen Sie die Richtigkeit Ihrer Antwort.
- (b) Gibt es so ein Paar von Funktionen auch, wenn zusätzlich die Bedingung besteht, dass sowohl f wie auch g streng monoton steigend ist?

2. (10 Punkte) Ordnen Sie folgende Funktionen nach ihrem asymptotischen Wachstum.

$$n \log n \quad 3^{\sqrt{n}} \quad \log n \quad n^{2+\varepsilon} \quad \sqrt{n} \quad 2^n \quad n^2 \log n \quad n^{4/3}$$

Dabei ist ε irgendeine positive reelle Zahl.

3. (10 Punkte) Zeigen Sie folgende Äquivalenzen:

$$g \in \Theta(f) \iff f \in \Theta(g) \iff O(f) = O(g)$$

4. **Zusatzaufgabe** (10 Punkte) Gilt auch $f \in \Theta(g) \iff o(f) = o(g)$?

5. (10 Punkte) In dieser Aufgabe soll gezeigt werden, dass man Turing-Maschinen um jeden *konstanten Faktor beschleunigen* kann. Es sei L eine Sprache und M eine Turing-Maschine mit worst-case Laufzeit $f(n)$, die L akzeptiert. Zeigen Sie: Für jedes $c > 0$ existiert eine Turing-Maschine M' , die ebenfalls L akzeptiert und worst-case Laufzeit $n + f(n)/c$ hat.

Zur Notation: Die worst-case Laufzeit ist eine Funktion der Eingabelänge. Anstelle $f(|w|)$ schreiben wir einfach $f(n)$.

Hinweis: Fassen Sie die Eingabe in Blöcken zusammen. Weiterhin kann es sich als zweckmäßig erweisen, $f(n) > n$ vorauszusetzen.