



Sie dürfen dieses Aufgabenblatt unter den schon bekannten Bedingungen in Zweiergruppen abgeben.

1. (10 Punkte) Beweisen Sie, dass der Begriff der Reduktion transitiv ist, also

$$A \leq B \text{ und } B \leq C \implies A \leq C.$$

2. (10 Punkte) Zeigen Sie, dass folgendes Problem unentscheidbar ist:

INSTANZ: ein NKA M

FRAGE: Ist das Komplement von $L(M)$ eine NKA-Sprache?

3. (15 Punkte) In der Vorlesung haben wir gezeigt, dass PCP nicht entscheidbar ist. Instanzen von PCP waren als Tripel (k, X, Y) gegeben. In dieser Aufgabe wollen wir untersuchen, ob das Problem “entscheidbarer” wird, wenn wir uns auf Instanzen mit bestimmten Eigenschaften beschränken. Wir könnten beispielsweise ein eingeschränktes PCP betrachten, wo auf jeder “Spielkarte” jeweils höchstens zwei Zeichen oben und unten stehen.

Für welche der folgenden Einschränkungen ist PCP nicht entscheidbar? Beweisen Sie Ihre Antworten.

(a) (k, X, Y) mit $X, Y \in (\Sigma^*)^k$ und $|\Sigma| = 1$.

(b) (k, X, Y) mit $X, Y \in (\Sigma^{\leq 2})^k$.

(c) (k, X, Y) mit $X, Y \in (\Sigma^{\leq 2})^k$ und $|\Sigma| = 8$.

4. (5 Punkte) In der Vorlesung haben wir $WORT \leq MPCP$ bewiesen. Dies geschah, indem wir für eine gegebene Grammatik G und Wort w eine Instanz (k, X, Y) von $MPCP$ konstruierten, sodass Lösungen dieser Instanz den Derivationen von w in G “entsprechen”. Ist dies eine eineindeutige Beziehung? Also, entspricht jede Derivation von w in G genau einer Lösung der Instanz (k, X, Y) , und umgekehrt?