



Sie dürfen dieses Aufgabenblatt unter den schon bekannten Bedingungen in Zweiergruppen abgeben.

Betrachten wir zunächst zwei weitere Arten von Registermaschinen:

- Eine *komfortable* k -Register Maschine besitzt k Register x_1, \dots, x_k , in denen jeweils eine natürliche Zahl gespeichert werden kann. Die Befehle für die Maschine sind von der Form

$$x_i = x_j \circ x_k \quad \text{oder} \quad x_i = x_j \circ c,$$

wobei \circ eine der Operationen aus $\{+, \div, \times, \text{div}, \text{mod}\}$ sein kann. Weiterhin gibt es ein Prädikat, das einen Vergleich mit 0 erlaubt ($x_i \stackrel{?}{\neq} 0$). Solche Maschinen unterscheiden sich also von den aus der Vorlesung bekannten Registermaschinen nur dadurch, dass sie als zweiten Operanden in den Befehlen wiederum Register zulassen und nicht nur Konstanten.

- Eine komfortable Registermaschine *mit indirekter Adressierung* hat eine unbegrenzte Anzahl von Registern $x[i]$ für $i \in \mathbb{N}$, in denen ebenfalls natürliche Zahlen gespeichert werden können. Hier sind die Befehle und Tests von der gleichen Form wie bei der komfortablen k -Register Maschine, außer daß die Operanden nicht nur von der Form x_i (also Register) oder c (also Konstante) sein können, sondern auch von der Form $x[x_i]$ (indirekte Adressierung). Das bedeutet natürlich, dass es sich um das Register mit der Nummer handelt, die gerade in x_i gespeichert ist. Ist z. B. in Register 45 die Zahl 12 gespeichert und in Register 12 die Zahl 4811, so hat der Befehl $x_2 = x[x_{45}] + 3$ die Wirkung, dass der Inhalt von Register 2 zu 4814 wird. (Dabei werden in einer Operation alle Register-Indices berechnet, bevor ein Register verändert wird.)

1. (10 Punkte) Zeigen Sie: Jede *komfortable* k -Registermaschine kann von einer gewöhnlichen k' -Registermaschine schrittweise simuliert werden.
2. (20 Punkte) Zeigen Sie: Jede komfortable Registermaschine mit indirekter Adressierung kann von einer *komfortablen* k -Registermaschine schrittweise simuliert werden. Dabei ist k eine für *alle* Registermaschinenprogramme gültige Konstante.

Verwenden Sie bei Ihren Programmen die bequemere Notation der strukturierten Programmierung, also IF – THEN – ELSE – FI und WHILE $x \neq 0$ DO – OD-Schleifen.

3. (Zusatzaufgabe; 10 Punkte) Die *Ackermann*-Funktion $A : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ ist folgendermaßen definiert:

$$\begin{aligned} (1) \quad A(i, 0) &= 1 && \text{für alle } i \in \mathbb{N} \\ (2) \quad A(0, 1) &= 2 \\ (3) \quad A(0, x) &= x + 2 && \text{für } x \geq 2 \\ (4) \quad A(i, x) &= A(i - 1, A(i, x - 1)) && \text{für } i > 0 \text{ und } x > 0 \end{aligned}$$

Schreiben Sie ein Programm für eine komfortable Registermaschine mit indirekter Adressierung, das bei Eingabe i, n (in x_1 und x_2) die Ausgabe $A(i, n)$ (in x_1) produziert.