



Sie dürfen dieses Aufgabenblatt in Zweiergruppen abgeben, allerdings nur unter den folgenden Bedingungen:

- Jeder der beiden Beteiligten ist aktiv dabei.
- Die beiden Beteiligten sind klar und deutlich aufgeführt.
- Jeder der beiden Beteiligten schreibt die Lösung mindestens einer Aufgabe.
- Zu Beginn jeder Aufgabe steht deutlich, wer die Lösung aufgeschrieben hat.

Bei Nicht-Erfüllen dieser Bedingungen gibt es 0 Punkte.

1. (12 Punkte) Klassifizieren Sie die folgenden Sprachen nach den Kategorien regulär, NKA, nicht-NKA. Begründen Sie Ihre Klassifikationen entsprechend.

- (a) $L_a = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \geq 2 \cdot \#_b(w)\}$
- (b) $L_b = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \bmod 5 \leq \#_b(w) \bmod 5\}$
- (c) $L_c = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \bmod \#_b(w) = 0\}$

2. (8 Punkte) Eine Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ heißt *streng konvex*, wenn für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt, dass $f((x+y)/2) < (f(x) + f(y))/2$.

Es sei nun $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ streng konvex. Zeigen Sie, dass die Sprache

$$L_f = \{a^n b^{f(n)} \mid n \in \mathbb{N}\}$$

keine NKA-Sprache ist.

3. (Zusatzfrage 4 Punkte) Finden Sie allgemeinere Bedingungen für f , sodass L_f keine NKA-Sprache ist. Begründen Sie Ihre Antwort.
4. (15 Punkte) Betrachten wir Automaten folgender Art: sie sind wie endliche Automaten außer, dass sie einen zweiten, unabhängigen Lesekopf für das Eingabeband besitzen. Beide Köpfe sind zu Beginn am linken Ende des Eingabebandes. Jeder der Leseköpfe kann in jedem Schritt unabhängig vom anderen Kopf auf der gleichen Bandzelle verweilen oder um eine Zelle nach rechts rücken. Die Köpfe können nichts schreiben! Was in jedem Rechenschritt passiert, wird durch Regeln angegeben, die vom derzeitigen Zustand und von den beiden von den Leseköpfen gelesenen Zeichen abhängen.
 - (a) Geben Sie eine formale Definition so eines 2-Kopf-Automaten an.
 - (b) Definieren Sie formal, welche Worte von so einem Automaten akzeptiert werden. (Hinweis: Was sind hier Konfigurationen?)
 - (c) Wie verhält sich die Klasse der von diesen 2-Kopf-Automaten akzeptierten Sprachen zu den bis jetzt in der Vorlesung diskutierten Sprachklassen?