



1. (5 Punkte)

Es sei  $A_0, A_1, A_2, \dots$  eine abzählbare Folge von (nicht notwendigerweise disjunkten) endlichen Mengen. Zeigen Sie, dass  $\bigcup\{A_i \mid i \in \mathbb{N}\}$  auch abzählbar ist.

2. (10 Punkte)

Skizzieren Sie einen endlichen Automaten für die Sprache, die genau alle Worte der Form  $a^n$  enthält, sodass  $n \geq 2000$  und nach dem Gregorianischen Kalender ist Jahr  $n$  ein Schaltjahr.

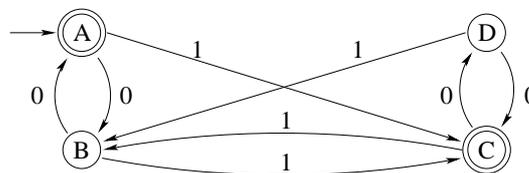
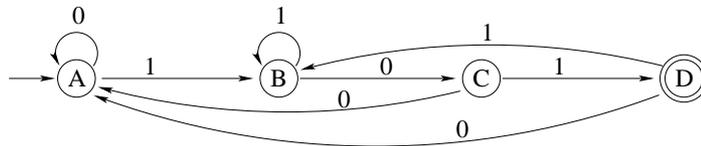
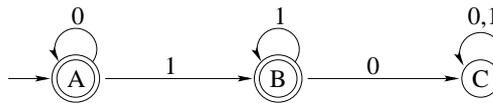
3. (10 Punkte) Es sei  $L$  die Sprache, die alle Worte aus  $\{a, b\}^*$  enthält, in denen sowohl die Anzahl der  $a$ 's als auch die Anzahl der  $b$ 's durch 3 teilbar ist.

(a) Spezifizieren Sie  $\mathcal{F}_L$ , die Menge der Fortsetzungssprachen von  $L$ .

(b) Zeichnen Sie das Übergangsdiagramm eines möglichst kleinen endlichen Automaten, der genau  $L$  akzeptiert, und argumentieren Sie, dass Ihr Automat tatsächlich  $L$  akzeptiert.

4. (15 Punkte)

Beschreiben Sie die Sprachen, die durch die endliche Automaten akzeptiert werden, deren Übergangsdiagramme in der folgenden Abbildung dargestellt sind. Begründen Sie Ihre Behauptungen.



5. (20 Punkte)

Zeigen Sie jeweils auf zwei verschiedene Arten, dass die folgenden Sprachen von keinem endlichen Automaten akzeptiert werden:

(a)  $L_1 = \{a^{2^n} \mid n \in \mathbb{N}\}$

(b)  $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{Anzahl der } a\text{'s und der } b\text{'s in } w \text{ ist gleich}\}$