

Theoretische Informatik - Übungsblatt 9

Jan Hendrik Dithmar - Matrikelnummer 2031259

Dirk Heine - Matrikelnummer 2030941

Di, 9-11 Uhr, Andreas Augustin

Aufgabe 1

bearbeitet von Jan Hendrik Dithmar

(a)

L r.e. $\implies \bar{L}$ r.e. ist **falsch**.

Gegenbeispiel:

$UNIV$ ist r.e., $\overline{UNIV}$ aber nicht.

(b)

L entscheidbar $\implies \bar{L}$ entscheidbar ist **wahr**.

Sei M eine stets haltende TM, die genau die Wörter aus L akzeptiert. Sei q' ein neuer Zustand und M' eine Erweiterung von M , in der nach dem Stoppen in einem nicht akzeptierenden Zustand in q' gewechselt wird. Wenn wir definieren, dass q' der einzige akzeptierende Zustand von M' ist, hält M' stets und akzeptiert $\bar{L}$.

(c)

L entscheidbar und $\bar{L}$ nicht r.e. $\implies L$ regulär ist **wahr**.

Die Voraussetzung kann nicht stimmen, da laut Vorlesung

$$L \text{ entscheidbar} \iff L \text{ r.e. und } \bar{L} \text{ r.e.}$$

Somit kann L entscheidbar und $\bar{L}$ nicht r.e. nicht gelten.

Nach den Gesetzen der Logik gilt folgendes:

$A \implies B$ ist immer wahr, wenn A falsch ist.

(d)

$L \leq L'$ und L r.e. $\implies L'$ r.e. ist **falsch**.

$L \leq L' \xrightarrow{\text{Def}} \bar{L} \leq \bar{L}'$. Wir wissen, dass L r.e. ist. Also ist $\bar{L}$ nicht r.e. Da aber $\bar{L}'$ schwerer als $\bar{L}$ ist, ist auch dieses nicht r.e.

(e)

$L \leq L'$ und L' r.e. $\implies L$ r.e. ist **wahr**.

Laut Vorlesung gilt:

1. $L \leq L'$ und L' entscheidbar $\implies L$ entscheidbar.

2. L entscheidbar $\iff L$ r.e. und $\bar{L}$ r.e.

Aus 1. und 2. folgt die Behauptung.

(f)

$L \leq L'$ und L nicht r.e. $\implies L'$ nicht r.e. ist **wahr**.

Da L leichter als L' ist, kann sich bei der Reduktion von L auf L' keine entscheidbare Sprache ergeben.

(g)

L regulär $\implies L$ entscheidbar ist **wahr**.

L regulär $\implies L$ r.e.

Wegen der Abgeschlossenheit der regulären Sprachen unter Komplementbildung gilt auch:

$\overline{L}$ regulär $\implies \overline{L}$ r.e.

Aus beiden Aussagen folgt: L entscheidbar.

(h)

L kontextfrei $\implies L$ r.e. ist **wahr**.

L r.e. bedeutet, L ist Turing Sprache. Da NKA-Sprachen $\subset$ Turing Sprachen sind, gilt die Implikation.

(i)

L kontextfrei $\implies L$ entscheidbar ist **wahr**.

Baue eine TM M , die einen Kellerautomaten auf L simuliert. M akzeptiert die Eingabe, wenn der Kellerautomat akzeptieren würde. M verwirft die Eingabe, wenn der Kellerautomat nicht akzeptiert.

(j)

$L = \{\langle M \rangle \mid L(M) \text{ ist kontextfrei}\} \implies L$ ist entscheidbar ist **falsch**.

Nach dem Satz von Rice gilt die Implikation nicht.

Aufgabe 2

bearbeitet von Dirk Heine

Es gilt:

$$L = \{w \mid w = 0x \text{ für ein } x \in SAM \text{ oder } w = 1y \text{ für ein } y \in \overline{SAM}\}$$

Man betrachte 2 berechenbare Funktionen.

$$f : x \mapsto 0x, x \in SAM$$

$$g : y \mapsto 1y, y \in \overline{SAM}$$

Also ist $\overline{SAM}$ leichter als L und $\overline{L}$.