

Theoretische Informatik - Übungsblatt 6

Jan Hendrik Dithmar - Matrikelnummer 2031259

Dirk Heine - Matrikelnummer 2030941

Di, 9-11 Uhr, Andreas Augustin

Aufgabe 1

Bearbeitet von **Dirk Heine**

Idee:

Die Aussage ist korrekt. Man nehme eine beliebige DKA-Sprache für $\{a, b\}$, die nicht regulär ist. Schneidet man diese mit $\{a|b\}^*$ bekommt man die Originalsprache, die offenbar DKA-Sprache ist.

Es gilt:

$$L \cap R = \overline{\overline{L} \cup \overline{R}} \quad (1)$$

Es gilt weiter:

DKA-Sprachen sind unter Komplementbildung abgeschlossen. Also

$$L \text{ DKA-Sprache} \Rightarrow \overline{L} \text{ DKA-Sprache} \quad (2)$$

L DKA-Sprache $\stackrel{(2)}{\Rightarrow} \overline{L}$ DKA-Sprache, R reguläre Sprache $\Rightarrow \overline{R}$ reguläre Sprache.

$\Rightarrow \overline{L} \cup \overline{R}$ DKA-Sprache (laut Vorlesung)

$$\stackrel{(2)}{\Rightarrow} \overline{\overline{L} \cup \overline{R}} = L \cap R \text{ DKA-Sprache}$$

Automat:

Nehme einen DKA für L und einen DEA für R . Lasse L und R parallel laufen. Das Wort wird dann akzeptiert, wenn L und R nicht akzeptieren.

Aufgabe 2

Bearbeitet von **Jan Hendrik Dithmar**

$$G = (V, T, P, S), V = \{S, A, B\}, T = \{a, b\}$$

$$\begin{aligned} P = \{ & S \rightarrow \varepsilon, & (1) \\ & S \rightarrow AB, & (2) \\ & S \rightarrow BA, & (3) \\ & A \rightarrow aS, & (4) \\ & A \rightarrow SA, & (5) \\ & B \rightarrow bS, & (6) \\ & B \rightarrow SB, & (7) \} \end{aligned}$$

(a)

$$\begin{aligned} S & \xrightarrow{(2)} AB \\ & \xrightarrow{(4)} aSB \\ & \xrightarrow{(3)} aBAB \\ & \xrightarrow{(6)} abSAB \\ & \xrightarrow{(1)} abAB \\ & \xrightarrow{(4)} abaSB \\ & \xrightarrow{(1)} abaB \\ & \xrightarrow{(6)} ababS \\ & \xrightarrow{(1)} abab \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S & \xrightarrow{(3)} BA \\ & \xrightarrow{(6)} bSA \\ & \xrightarrow{(3)} bBAA \\ & \xrightarrow{(6)} bbSAA \\ & \xrightarrow{(1)} bbAA \\ & \xrightarrow{(4)} bbaSA \\ & \xrightarrow{(1)} bbaA \\ & \xrightarrow{(4)} bbaaS \\ & \xrightarrow{(1)} bbaa \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S &\xrightarrow{(2)} AB \\
&\xrightarrow{(5)} SAB \\
&\xrightarrow{(3)} BAAB \\
&\xrightarrow{(6)} bSAAB \\
&\xrightarrow{(1)} bAAB \\
&\xrightarrow{(4)} baSAB \\
&\xrightarrow{(1)} baAB \\
&\xrightarrow{(4)} baaSB \\
&\xrightarrow{(1)} baaB \\
&\xrightarrow{(6)} baabS \\
&\xrightarrow{(1)} baab
\end{aligned}$$

(b)

$$L(G) = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) = \#_b(w)\}$$

Beweis:

Die Ableitungen $S \rightarrow AB$ und $S \rightarrow BA$ implizieren letztendlich, dass in dem Wort mindestens ein a und ein b vorkommen müssen (vgl. Ableitungen $A \rightarrow aS$ und $B \rightarrow bS$). Wie das S in den Ableitungen $A \rightarrow aS$, $A \rightarrow SA$, $B \rightarrow bS$ und $B \rightarrow SB$ weitergeführt wird, spielt keine Rolle, da man irgendwann die Ableitung $A \rightarrow aS$ oder $B \rightarrow bS$ anwenden muss.

Da die Ableitungen $S \rightarrow AB$ und $S \rightarrow BA$ zur Folge haben, dass immer ein a und ein b im Teilwort ist, haben wir gleiche Anzahl a 's und b 's im Wort.

Für den Fall, dass die Ableitung $S \rightarrow \varepsilon$ am Anfang angewendet wird, haben wir das leere Wort und somit auch gleiche Anzahl an a 's und b 's.