

Theoretische Informatik - Übungsblatt 5

Jan Hendrik Dithmar - Matrikelnummer 2031259

Dirk Heine - Matrikelnummer 2030941

Di, 9-11 Uhr, Andreas Augustin

Aufgabe 1

(a)

Bearbeitet von **Dirk Heine**

$$L_a = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \geq 2 \cdot \#_b(w)\}$$

Die Sprache ist eine NKA-Sprache.

$$\begin{aligned}\Sigma &= \{a, b\} \\ \Gamma &= \{A, B, \$\} \\ Q &= \{q_1, \dots, q_8\} \\ s &= q_0 \\ F &= \{q_7\} \\ \Delta &= \{(q_0, a, \$, A$, q_1), \\ &\quad (q_0, b, \$, B$, q_3), \\ &\quad (q_0, \varepsilon, A, \varepsilon, q_6), \\ &\quad (q_0, \varepsilon, B, B, q_4), \\ &\quad (q_0, \varepsilon, \$, \$, q_7), \\ &\quad (q_1, a, A, AA, q_2), \\ &\quad (q_1, b, A, B, q_4), \\ &\quad (q_2, a, A, AA, q_2), \\ &\quad (q_2, b, A, \varepsilon, q_5), \\ &\quad (q_2, \varepsilon, A, \varepsilon, q_6), \\ &\quad (q_3, \varepsilon, B, BB, q_4), \\ &\quad (q_4, a, B, \varepsilon, q_0), \\ &\quad (q_4, b, B, BB, q_3), \\ &\quad (q_5, \varepsilon, A, \varepsilon, q_2), \\ &\quad (q_6, \varepsilon, A, \varepsilon, q_6), \\ &\quad (q_6, \varepsilon, B, \varepsilon, q_8), \\ &\quad (q_6, \varepsilon, \$, \$, q_7)\}\end{aligned}$$

(b)

Bearbeitet von **Jan Hendrik Dithmar**

$$L_b = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \bmod 5 \leq \#_b(w) \bmod 5\}$$

Die Sprache ist regulär.

Automat zu Aufgabe 1 (b):

(c)

Bearbeitet von **Jan Hendrik Dithmar**

$$L_c = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \bmod \#_b(w) = 0\}$$

Diese Sprache ist nicht-NKA.

Beweis durch das Pumping-Lemma:

Wähle $z = a^{2N}b^N \in L$, wobei $N \in \mathbb{N}$ die Konstante nach dem Pumping-Lemma ist, $|vwx| \leq N$, $|vx| \geq 1$. Es soll gelten:

$$\exists i \in \mathbb{N} : uv^iwx^iy \notin L$$

Wähle $i = 2$:

1. Fall:

vwx enthält keine a 's $\Rightarrow uv^iwx^iy = uv^2wx^2y \notin L$

2. Fall:

vwx enthält keine b 's $\Rightarrow uv^iwx^iy = uv^2wx^2y \notin L$

In beiden Fällen hat man entweder eine „ungerade“ Anzahl an a 's oder an b 's, sodass $\#_a(w) \bmod \#_b(w) \neq 0$.

Aufgabe 5

(a)

Bearbeitet von **Jan Hendrik Dithmar**

Σ Eingabealphabet
 $\tilde{Q} = Q \cup Q' \cup \{\tilde{s}\}$ Zustandsmenge
 $\tilde{s}$ Startzustand
 $\tilde{F} = F \cup F'$ Endzustände
 $\Delta \cup \Delta' \cup \{(\tilde{s}, \varepsilon, s), (\tilde{s}, \varepsilon, s')\}$ Regeln
 mit

$$M = (\Sigma, Q, s, F, \Delta)$$

und

$$M' = (\Sigma, Q', s', F', \Delta')$$

wobei

$$\Delta \subset Q \times \Sigma \times Q$$

und

$$\Delta' \subset Q' \times \Sigma \times Q'$$

Lasse M und M' parallel laufen. Verweilt der Lesekopf auf der gleichen Bandzelle, so liegt ein ε -Übergang vor.

Anmerkung: Ein 2-Kopf-Automat ist nichts anderes als zwei Automaten, die parallel laufen und mit Hilfe eines ε -Überganges von einem zentralen Startzustand $\tilde{s}$ zu den Startzuständen s und s' der jeweiligen Maschinen M und M' „gestartet“ werden.

(b)

Bearbeitet von **Dirk Heine**

$$\{w \in \{a, b\}^* \mid q_k \in \delta_{\tilde{s}}(w) \wedge q_k \in \tilde{F}, k \in \mathbb{N}\}$$

Die Maschine akzeptiert alle Worte, die entweder von M oder M' akzeptiert werden.

(c)

Bearbeitet von **Jan Hendrik Dithmar**

Die Sprachklasse der 2-Kopf-Automaten entspricht der Klasse der regulären Sprachen.

$$L = L_1 \cup L_2 \Rightarrow L \text{ regulär falls } L_1 \text{ und } L_2 \text{ regulär}$$

(laut Vorlesung „Abschlusseigenschaften der regulären Sprachen“)