

Theoretische Informatik - Übungsblatt 3

Jan Hendrik Dithmar - Matrikelnummer 2031259

Di, 9-11 Uhr, Andreas Augustin

Aufgabe 1

(a)

Idee:

Ein NEA bzw. DEA kann sich nicht merken, wie groß die Differenz zwischen den a 's und b 's im Präfix u ist. Somit gibt es für die Sprache L_a keinen NEA oder DEA, der sie akzeptiert. Die Sprache L_a ist also nicht regulär.

Beweis durch Myhill-Nerode:

L_a ist keine DEA-Sprache $\Leftrightarrow \mathcal{F}_{L_a} = \{C_{L_a}(w) \mid w \in \{a, b\}^*\}$ ist nicht endlich.

Angenommen, es gibt einen DEA $M = (\Sigma, Q, s, F, \Delta)$ mit $L_a(M) = L_a$. Dann muss gelten:

$$w \in \{a, b\}^* : C_{L_a}(w) = \bigcup \{L_{a'_q} \mid q' \in \delta_q(w)\}$$

Die Zustandsmenge Q ist jedoch nicht endlich, da man für jede Differenz von a und b im Präfix u von w einen neuen Zustand bräuchte und die Differenz beliebig groß werden kann.

Da die Zustandsmenge Q nicht endlich ist, ist die Anzahl der verschiedenen $\delta_q(w)$ nicht endlich.

$$\Rightarrow \{C_{L_a}(w) \mid w \in \{a, b\}^*\} \text{ ist nicht endlich.}$$

Somit ist durch Myhill-Nerode bewiesen, dass die Sprache L_a nicht regulär ist.

(b)

Die Sprache L_b ist regulär.

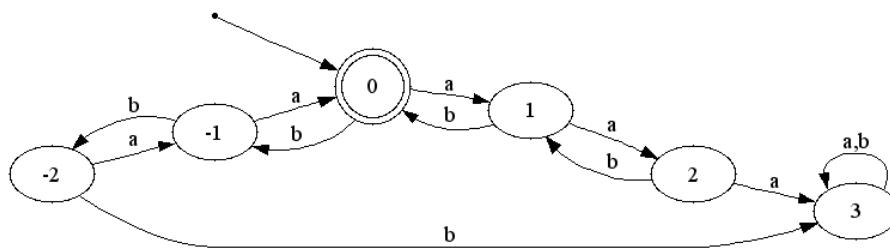


Abbildung 1: Aufgabe 1b: NEA, der die Sprache akzeptiert

(c)

Idee:

Ein NEA oder DEA kann weiß nicht, wieviele a 's er schon gelesen hat und kann somit auch nicht entscheiden, ob die Anzahl der b 's ein ganzzahliges Vielfaches der Anzahl der a 's ist. Die Sprache L_c ist nicht regulär.

Beweis durch Myhill-Nerode:

L_c ist keine DEA-Sprache $\Leftrightarrow \mathcal{F}_{L_c} = \{C_{L_c}(w) \mid w \in \Sigma^*\}$ ist nicht endlich.

Angenommen, es gibt einen DEA $M = (\Sigma, Q, s, F, \Delta)$ mit $L_c(M) = L_c$. Dann muss gelten:

$$w \in \{a, b\}^* : C_{L_c}(w) = \bigcup \{L_{c_q'} \mid q' \in \delta_q(w)\}$$

Die Zustandsmenge Q ist jedoch nicht endlich, da man für jedes i alle ganzzahligen Vielfache von i an zusätzlichen Zuständen bräuchte, um die Sprache L_c zu entscheiden.

Da die Zustandsmenge Q nicht endlich ist, ist die Anzahl der verschiedenen $\delta_q(w)$ nicht endlich.

$$\Rightarrow \{C_{L_c}(w) \mid w \in \{a, b\}^*\} \text{ ist nicht endlich.}$$

Somit ist durch Myhill-Nerode bewiesen, dass die Sprache L_c nicht regulär ist.

(d)

Die Sprache L_d ist regulär.

Anmerkung zum Automaten:

$$\begin{aligned} Q &= \{0, \dots, 5\} \\ s &= 0 \\ F &= \{0\} \end{aligned}$$

Übergang:

Im Zustand q geht der Automat nach Eingabe von x zu $(2q + x) \bmod 6$.

In der Zeichnung werden die Binärzahlen der Übersichtlichkeit halber als Dezimalzahlen (modulo 6) dargestellt.

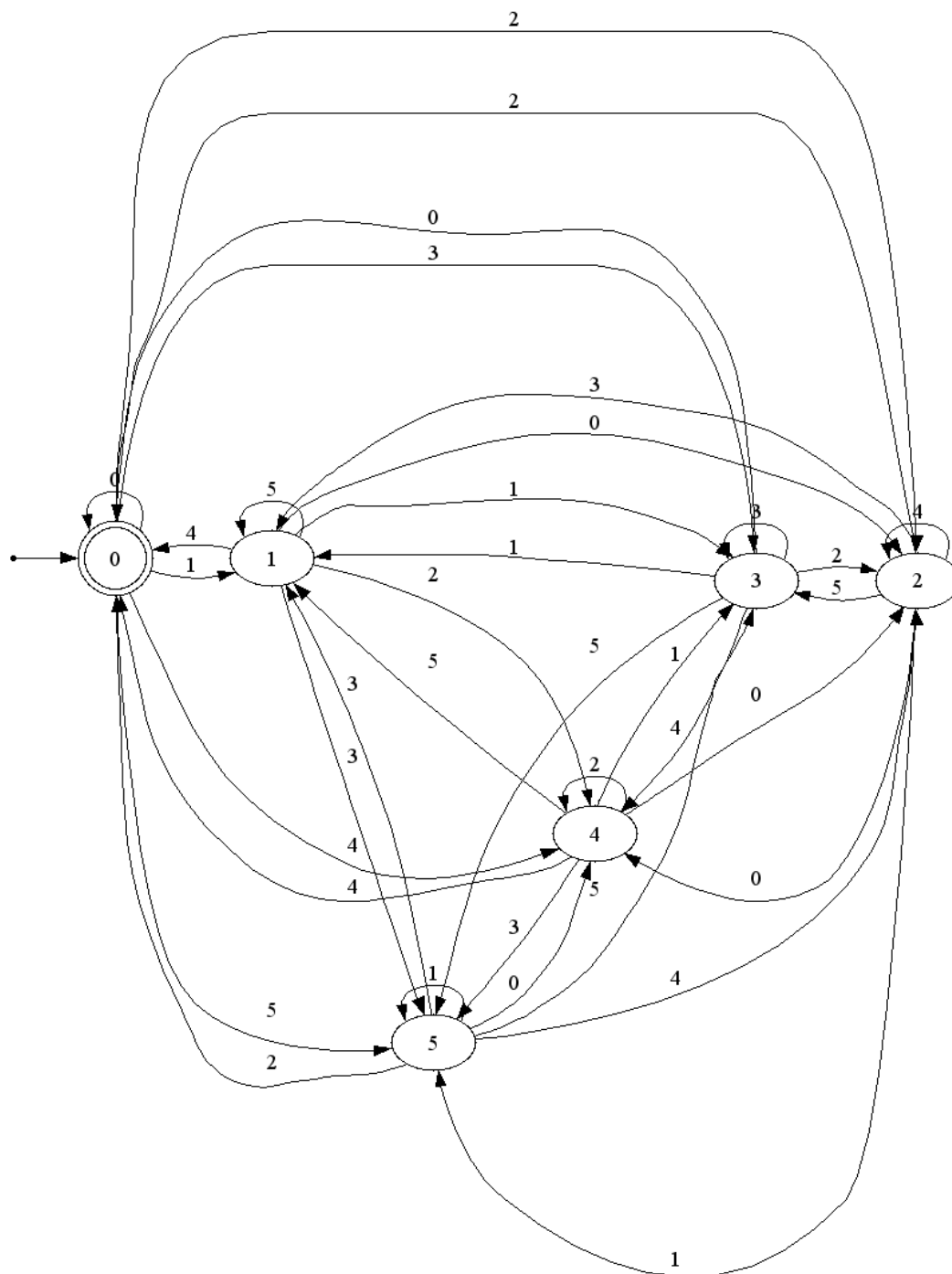


Abbildung 2: Aufgabe 1d

Aufgabe 2

(a)

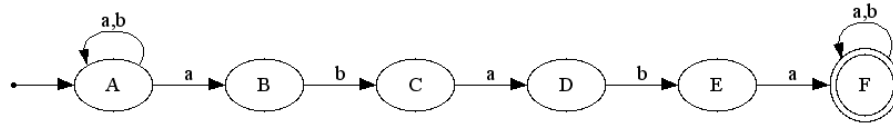


Abbildung 3: Aufgabe 2a

(b)

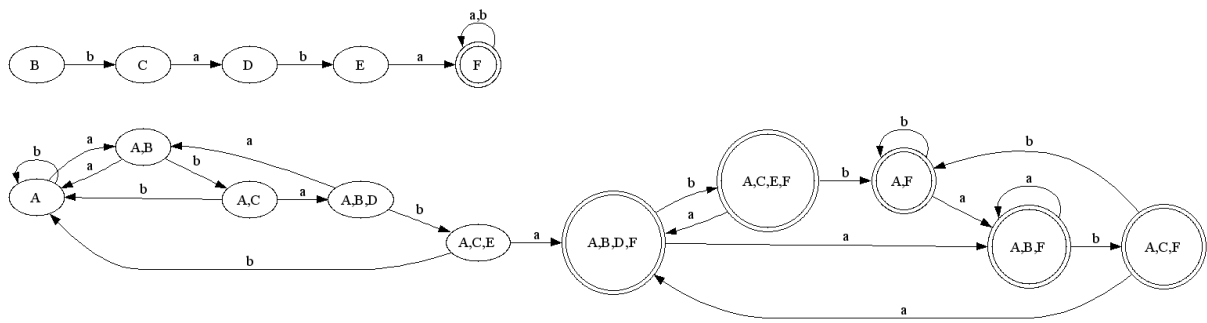


Abbildung 4: Aufgabe 2b

Aufgabe 3

(a)

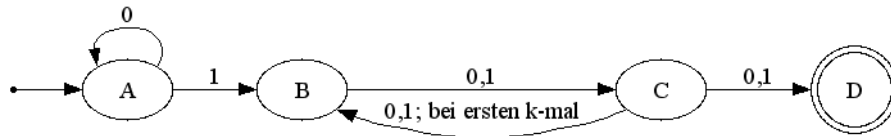


Abbildung 5: Aufgabe 3a

Der Automat besitzt 4 Zustände.

(b)

Eine untere Schranke für die Anzahl der Zustände eines äquivalenten DEA, der die Sprache akzeptiert ist:

$$2^{2(k+1)} = 2^{|Q|}$$