

4. Entscheidungstheorie/ 4.1 Grundmodell

4. Entscheidungstheorie

4.1 Grundmodell

Entscheidungstheorie bzw. **-lehre** befasst sich mit dem Treffen von Entscheidungen, die darin bestehen eine Menge möglicher Lösungen von Entscheidungsproblemen aus einer Menge möglicher Alternativen auszuwählen.

4. Entscheidungstheorie/ 4.1 Grundmodell

Grundsätzlich werden zwei Hauptrichtungen unterschieden:

- Die *normative (präskriptive) Entscheidungstheorie* befasst sich mit der Entwicklung von Richtlinien zur rationalen Auswahl von Handlungsalternativen.
- Die *empirisch-realistische (deskriptive) Entscheidungstheorie* versucht das Entscheidungsverhalten von Menschen zu beschreiben und zu erklären.

Grundmodelle der Entscheidungstheorie

→ aus einer vorgegebenen Menge von Handlungsalternativen ist eine optimale Lösung auszuwählen.

Elemente des Grundmodells:

- **(Handlungs-) Alternativen** (*Aktionen, Strategien*) $a_1, \dots, a_i, \dots, a_m$, zwischen denen der Entscheidungsträger wählen kann.
Die m Alternativen sind bekannt.
- **Situationen** (*Szenarien, Umweltlagen*) $s_1, \dots, s_j, \dots, s_n$, von denen angenommen wird, dass sie der Handlungsträger nicht beeinflussen kann. Eventuell sind Wahrscheinlichkeiten $p_1, \dots, p_n$ für das Eintreten von $s_1, \dots, s_n$ gegeben. Sind alle möglichen Situationen vollständig erfasst, so gilt $\sum_{j=1}^n p_j = 1$.

4. Entscheidungstheorie/ 4.1 Grundmodell

- **Ziele** $z_1, \dots, z_h, \dots, z_k$ (z.B. Gewinnmaximierung oder Kosten minimierung), die der Entscheidungsträger (Betrieb) verfolgt.
- **Ergebnisse** e_{ij}^h bezüglich Ziel z_h bei der Entscheidung a_i und Situation s_j (für alle h, i, j).
- **Ergebnismatrix:** Besitzt das Modell nur ein Ziel (gilt also $k = 1$), so wird diese Matrix mit $E = (e_{ij})$ bezeichnet und kann wie folgt dargestellt werden:

	p_1		p_i		p_n
	s_1	...	s_i	...	s_n
a_1	e_{11}		e_{1j}		e_{1n}
...					
a_i	e_{i1}		e_{ij}		e_{in}
...					
a_m	e_{m1}		e_{mi}		e_{mn}

→ Werden die e_{ij} mittels einer Nutzenfunktion bewertet, so erhält man eine **Entscheidungsmatrix**.

4. Entscheidungstheorie/ 4.1 Grundmodell

→ In Abhängigkeit vom Informationsstand des Entscheidungsträgers sind verschiedene **Entscheidungssituationen** möglich:

- **Entscheidung unter Sicherheit:** Die eintretende Situation ist bekannt (→ deterministisches Entscheidungsmodell).
- **Entscheidung unter Unsicherheit:**
 - *Entscheidung unter Risiko:* Für die Szenarien s_j sind Eintrittswahrscheinlichkeiten p_j bekannt (→ stochastisches Entscheidungsmodell).
 - *Entscheidung unter Ungewissheit:* Mögliche Szenarien sind bekannt, aber die Eintrittswahrscheinlichkeiten nicht.

4. Entscheidungstheorie/ 4.2 Entscheidung bei Unsicherheit

4.2 Entscheidung bei Unsicherheit

Entscheidung bei Unsicherheit und einem Ziel

Beispiel: Ein Betrieb plant die Erneuerung seines Maschinenparks.

Dabei stehen die folgenden drei Investitionsmöglichkeiten zur Verfügung:

- a_1 : Ersatzinvestition
- a_2 : Erweiterungsinvestition
- a_3 : Rationalisierungsinvestition

Mögliche Szenarien (hier: Konjunkturzustände) sind:

- s_1 : Rezession mit Eintrittswahrscheinlichkeit $p_1 = 0,1$
- s_2 : Stagnation mit $p_2 = 0,2$
- s_3 : langsames Wachstum mit $p_3 = 0,5$
- s_4 : beschleunigtes Wachstum mit $p_4 = 0,2$

4. Entscheidungstheorie/ 4.2 Entscheidung bei Unsicherheit

Ziel: Maximierung des Umsatzes

→ Umsatzerwartungen (in 1000 GE) sind aus der folgenden Ergebnismatrix zu entnehmen:

p_j	0,1	0,2	0,5	0,2
	s_1	s_2	s_3	s_4
a_1	2	5	7	3
a_2	6	3	5	4
a_3	4	8	4	5

Ergebnismatrix des Investitionsproblems

Definition Effizienz:

Eine Alternative a_i ist **effizient**, falls keine andere Alternative a_q existiert, die $e_{qj} \geq e_{ij}$ für alle $j = 1, \dots, n$ sowie $e_{qj} > e_{ij}$ für mindestens ein j erfüllt.

Andernfalls wird a_i durch a_q *dominiert* (a_i ist *ineffizient*); denn a_q schneidet in alle Szenarien mindestens so gut wie und in mindestens einem Szenario besser ab als a_i .

[vgl. Domschke/Scholl S. 50]

4. Entscheidungstheorie/ 4.2 Entscheidung bei Unsicherheit

Fortsetzung Beispiel:

p_j	0,1	0,2	0,5	0,2
	s_1	s_2	s_3	s_4
a_1	2	5	7	3
a_2	6	3	5	4
a_3	4	8	4	5
a_4	2	4	7	3

→ a_4 wird von a_1 dominiert

Lösungsmöglichkeiten bei Risiko

Entscheidungskriterien:

- Der **Erwartungswert** für Alternative a_i ist $\mu(a_i) := \sum_{j=1}^n p_j \cdot e_{ij}$
Es handelt sich dabei um den Wert, mit dem bei Wahl von Alternative a_i durchschnittlich zu rechnen ist.
- Die **Standardabweichung** $\sigma(a_i)$ misst die mittlere Abweichung der einzelnen Ergebnisse vom Erwartungswert:

$$\sigma(a_i) := \sqrt{\sum_{j=1}^n p_j \cdot (e_{ij} - \mu(a_i))^2}$$

Lösungsmöglichkeiten bei Risiko

- Die **Varianz** $\sigma^2(a_i)$ ist die quadrierte Standardabweichung:

$$\sigma^2(a_i) := \sum p_j (e_{ij} - \mu(a_i))^2$$

→ Maß für das mit einer Alternative verbundene Risiko

- Die **Semivarianz** $\rho^2(a_i)$ bezieht nur Ergebnisse e_{ij} ein, die den Erwartungswert unterschreiten:

$$\rho^2(a_i) = \sum_{j=1}^n p_j \cdot \left(\max\{0, \mu(a_i) - e_{ij}\} \right)^2$$

4. Entscheidungstheorie/ 4.2 Entscheidung bei Unsicherheit

Fortsetzung Beispiel:

p_j	0,1	0,2	0,5	0,2			
	s_1	s_2	s_3	s_4	$\mu(a_i)$	$\sigma(a_i)$	$\rho(a_i)$
a_1	2	5	7	3	5,3	1,90	1,47
a_2	6	3	5	4	4,5	0,92	0,71
a_3	4	8	4	5	5,0	1,55	0,77

4. Entscheidungstheorie/ 4.2 Entscheidung bei Unsicherheit

Entscheidungsregeln:

1. **μ -Regel:** Wähle die Alternative a_{i^*} , für die gilt:

$$\mu(a_{i^*}) := \max \{ \mu(a_i) \mid i = 1, \dots, m \}$$

Fortsetzung Beispiel:

p_j	0,1	0,2	0,5	0,2	
	s_1	s_2	s_3	s_4	$\mu(a_i)$
a_1	2	5	7	3	5,3
a_2	6	3	5	4	4,5
a_3	4	8	4	5	5,0

→ **Alternative 1**

4. Entscheidungstheorie/ 4.2 Entscheidung bei Unsicherheit

2. **σ -Regel:** Wähle eine Alternative a_{i^*} , für die gilt:

$$\sigma(a_{i^*}) := \min \{ \sigma(a_i) \mid i = 1, \dots, m \}$$

Fortsetzung Beispiel:

p_j	0,1	0,2	0,5	0,2	
	s_1	s_2	s_3	s_4	$\sigma(a_i)$
a_1	2	5	7	3	1,9
a_2	6	3	5	4	0,92
a_3	4	8	4	5	1,55

→ **Alternative 2**

4. Entscheidungstheorie/ 4.2 Entscheidung bei Unsicherheit

3. **ρ -Regel:** Wähle eine Alternative a_{i^*} , für die gilt:

$$\rho(a_{i^*}) := \min \{ \rho(a_i) \mid i = 1, \dots, m \}$$

Fortsetzung Beispiel:

p_j	0,1	0,2	0,5	0,2	
	s_1	s_2	s_3	s_4	$\rho(a_i)$
a_1	2	5	7	3	1,47
a_2	6	3	5	4	0,71
a_3	4	8	4	5	0,77

→ **Alternative 2**

4. Entscheidungstheorie/ 4.2 Entscheidung bei Unsicherheit

4. **(μ, σ) -Regel bzw. (μ, ρ) -Regel:** Orientierung nach einer Präferenzfunktion $\Phi(\mu, \sigma)$ bzw. $\Phi(\mu, \rho)$, z.B.: $\Phi(\mu, \sigma) = \mu - \sigma$.

→ Wähle die Alternative a_{i^*} , für die gilt:

$$\Phi(a_{i^*}) = \max \{ \Phi(a_i) \mid i = 1, \dots, m \}$$

Fortsetzung Beispiel:

p_j	0,1	0,2	0,5	0,2			
	s_1	s_2	s_3	s_4	$\mu(a_i)$	$\sigma(a_i)$	$\Phi = \mu - \sigma$
a_1	2	5	7	3	5,3	1,90	3,4
a_2	6	3	5	4	4,5	0,92	3,6
a_3	4	8	4	5	5,0	1,55	3,5

→ **Alt. 2**

4. Entscheidungstheorie/ 4.2 Entscheidung bei Unsicherheit

5. **Hodges-Lehmann-Kriterium:** Wähle die Alternative a_{i^*} mit:

$$\Phi(a_{i^*}) = \max \{ \Phi(a_i) \mid i = 1, \dots, m \}$$

Wobei gilt: $\Phi(a_i) = (1 - \lambda) \min e_{ij} + \lambda \mu_i$ mit $\lambda \in [0, 1]$

Fortsetzung Beispiel:

p_j	0,1	0,2	0,5	0,2		
	s_1	s_2	s_3	s_4	$\mu(a_i)$	Hodges ($\lambda = 0,5$)
a_1	2	5	7	3	5,3	3,65
a_2	6	3	5	4	4,5	3,75
a_3	4	8	4	5	5,0	4,5

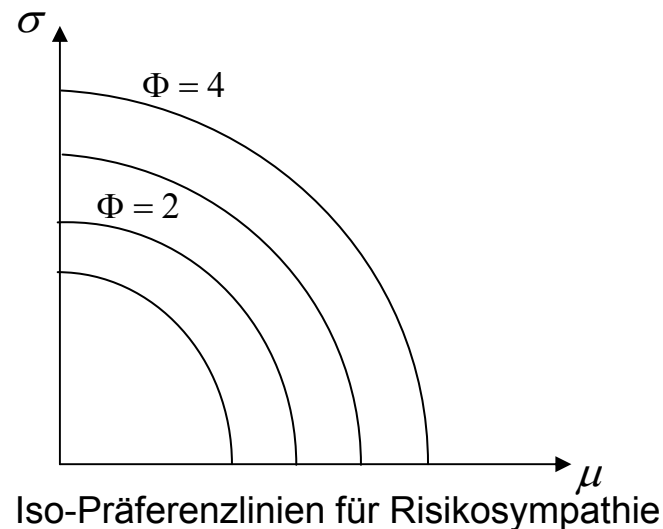
→ **Alternative 3**

Risikoeinstellungen des Entscheidungsträgers:

➤ *Risikosympathie bzw. -freude:*

Der Entscheidungsträger sieht in der Abweichung vom Erwartungswert eine Chance und bewertet somit eine höhere Standardabweichung besser als eine niedrigere. Für die Präferenzfunktion gilt dann z.B.

$$\Phi(\mu, \sigma) = \mu + \sqrt{\sigma} \quad \text{oder} \quad \Phi(\mu, \sigma) = 3\mu + \sigma / 2$$

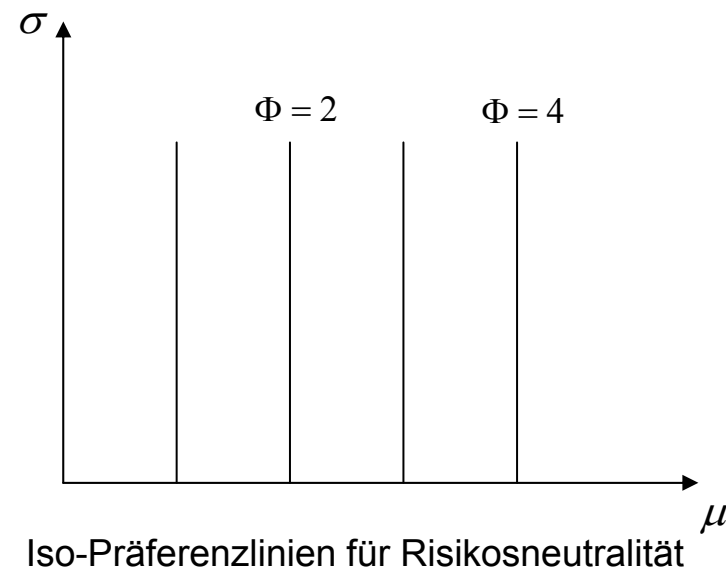


4. Entscheidungstheorie/ 4.2 Entscheidung bei Unsicherheit

➤ *Risikoneutralität*

Abweichungen werden weder positiv noch negativ bewertet.

→ $\Phi(\mu, \sigma) = \mu$ (μ -Regel)

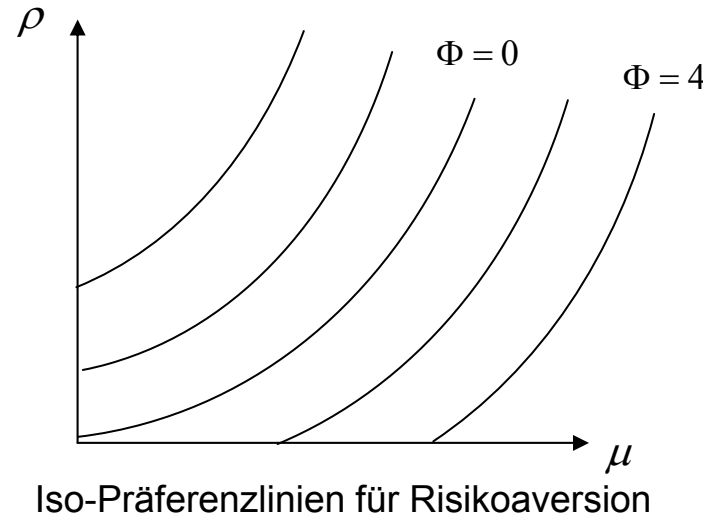


4. Entscheidungstheorie/ 4.2 Entscheidung bei Unsicherheit

➤ *Risikoaversion bzw. -scheu:*

- Hohe Abweichung wird als Bedrohung angesehen.
- Beispiele für Präferenzfunktionen wären:

$$\Phi(\mu, \sigma) = 2\mu - \sigma \quad \text{oder} \quad \Phi(\mu, \rho) = \mu - \sqrt{\rho}$$



4. Entscheidungstheorie/ 4.2 Entscheidung bei Unsicherheit

Beispiel für Risikoaversion:

p_j	0,5	0,1	0,1	0,3			
	s_1	s_2	s_3	s_4	$\mu(a_i)$	$\sigma(a_i)$	$\rho(a_i)$
a_1	12	6	6	6	9	3	2,12
a_2	10	1	9	10	9	2,68	2,53

→ Verwendung von ρ anstelle von σ sinnvoll!