



## 8. ÜBUNG ZUR VORLESUNG PROGRAMMIERUNG II, SS 2004

### Aufgabe 1: Bedingte Wahrscheinlichkeit (10 Punkte)

Beweisen Sie induktiv, daß gilt:

$$P\left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right) = P(A_1) \cdot \prod_{i=2}^n P(A_i | \bigcap_{j=1}^{i-1} A_j)$$

---

### Aufgabe 2: Hypergeometrische Verteilung (5 Punkte)

Bezeichne  $\mathcal{H}_{(N,K,n)}\{k\} = \frac{\binom{K}{k} \cdot \binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}$  die Hypergeometrische Verteilung und  $\mathcal{B}_{(n,p)}\{k\}$  die Binomialverteilung von Blatt 7 Aufgabe 3.

Sei  $0 \leq k \leq n$  fest und  $N, K \rightarrow \infty$  ( $0 \leq K \leq N$ ) so, daß  $K/N \rightarrow p \in [0, 1]$ .

Zeigen Sie, daß dann

$$\mathcal{H}_{(N,K,n)}\{k\} \rightarrow \mathcal{B}_{(n,p)}\{k\}$$

*Hinweis:* Verwenden Sie die Darstellung

$$\binom{m}{l} = \frac{1}{l!} \prod_{i=0}^{l-1} (m - i)$$

---

### Aufgabe 3: Unabhängigkeit (10 Punkte)

Ereignisse  $A_1 \dots A_n \subset \Omega$  heißen *unabhängig*, falls für alle  $1 \leq i_1 < \dots < i_m \leq n$ ,  $1 \leq m \leq n$  gilt

$$P\left(\bigcap_{l=1}^m A_{i_l}\right) = \prod_{l=1}^m P(A_{i_l})$$

Zeigen Sie durch ein Gegenbeispiel, daß im Allgemeinen die Unabhängigkeit von Ereignissen  $A_i \subset \Omega$  mit  $P(A_i) > 0$ ,  $1 \leq i \leq n$ , nicht bereits aus  $P(\bigcap_{i=1}^n A_i) = \prod_{i=1}^n P(A_i)$  folgt!

---

**Aufgabe 4: Ziehen ohne Zurücklegen** (5 Punkte)

Bei der Glücksspirale der Olympialotterie 1971 wurden die 7-ziffrigen Gewinnzahlen auf folgende Art ermittelt: Aus einer Trommel, welche je 7 Kugeln mit den Ziffern  $0, \dots, 9$  enthielt, wurden nach Durchmischen 7 Kugeln ohne Zurücklegen entnommen und deren Ziffern in der Reihenfolge des Ziehens zu einer Zahl angeordnet. Bestimmen Sie den Quotienten der Wahrscheinlichkeiten, daß die (gleich teuren) Lose 1234567 bzw. 1111111 bei einer Verlosung die Gewinnzahl tragen! Interpretieren Sie das Ergebnis.

---

**Aufgabe 5: Hashtabellen** (10 Punkte)

Gegeben sei die Menge  $I := \{561, 523, 423, 353, 394, 442, 337\}$  und eine Hashfunktion  $h(k) = k \bmod 8$ . Wie sieht eine zu Anfang leere Hashtabelle aus, wenn sie die Elemente der Menge  $I$  in der oben gegebenen Reihenfolge mittels

- Chaining
- Linear probing
- Quadratic probing mit  $c_1 = 1, c_2 = 2$
- Double hashing mit einer zweiten Hashfunktion  $h_2(x) = x \bmod 5$

einfügen?

---

**Abgabe: 18.06.2004 (Vor der Vorlesung)**