



7. ÜBUNG ZUR VORLESUNG PROGRAMMIERUNG II, SS 2004

Aufgabe 1: Laufzeitberechnung (10 Punkte)

Der folgende C++-Code implementiert einen Algorithmus für einen `vector<int> v`

```
unsigned int n = v.size();
for (int i = 0; i < n; i++)
{
    for (int j = i+1; j < n; j++)
    {
        std::swap(v[i], v[j]);
        for (int k = 0; k < n; k++)
        {
            std::cout << v[k] << " ";
        }
        std::cout << std::endl;
        std::swap(v[j], v[i]);
    }
}
```

Anmerkung: `std::swap(v[i], v[j])` vertauscht die Einträge i und j im Vektor v .

- i) Zeigen Sie: Für die *worst-case Laufzeit* $T(n)$ des Algorithmus gilt $T(n) \in \Theta(n^3)$, wobei $n = v.size()$ die Länge des Vektors, also die Problemgröße bezeichnet. Verwenden Sie dazu das Abzählverfahren.
- ii) Was berechnet der Algorithmus?

Aufgabe 2: Satz von Bayes (10 Punkte)

Sei A das Ereignis, dass ein Patient eine schwere seltene ($P(A) = 0.0002$) Krankheit hat. B bezeichne die Tatsache, daß der Patient positiv auf die Krankheit getestet worden ist. Der Hersteller des Tests versichert, daß der Test eine Krankheit zu 99.9% erkennt ($P(B|A) = 0.999$) und nur in 1% der Fälle falsch anschlägt ($P(B|A^C) = 0.01$).

Wie wahrscheinlich ist es, daß ein positiv getesteter Patient tatsächlich erkrankt ist?

Aufgabe 3: Die Binomialverteilung (10 Punkte)

Eine Zufallsvariable X ist *binomialverteilt*, falls gilt:

$$P(\{X = k\}) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \quad p \in [0, 1] \text{ und } q = 1 - p$$

Bestimmen Sie für festes p, q und n den Erwartungswert $E[X]$ einer binomialverteilten Zufallsvariablen X .

Aufgabe 4: Die geometrische Verteilung (10 Punkte)

i) Eine Zufallsvariable X ist *geometrisch verteilt*, falls gilt:

$$P(\{X = k\}) = p(1 - p)^{k-1} \quad (k = 1, \dots, n)$$

$$\text{und } P(\{X = n + 1\}) = (1 - p)^n$$

Bestimmen Sie den Erwartungswert der geometrischen Verteilung.

ii) Herr K. füllt jede Woche einen Lottoschein aus (Samstagslotto “6 aus 49”). Von dieser Gewohnheit lässt er sich nur durch zwei Umstände abbringen:

- Er erzielt einen Lottosechser (und setzt sich mit der gewonnenen Million zur Ruhe)
- Er erzielt 60 Jahre lang keinen Sechser (weshalb er frustriert aufgibt).

Die Zufallsvariable X gibt an nach wievielen Ziehungen Herr K. einen 6er im Lotto hat (Gehen Sie von 52 Ziehungen im Jahr aus). Geben Sie die Verteilung $P(\{X = k\})$ an und berechnen sie den Erwartungswert $E(X)$.

Abgabe: 11.06.2004 (Vor der Vorlesung)