



6. ÜBUNG ZUR VORLESUNG PROGRAMMIERUNG II, SS 2004

Aufgabe 1: $\mathcal{O}$ -Notation, Teil 1 (10 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

- $f(n) \in \mathcal{O}(g(n)) \Leftrightarrow g(n) \in \Omega(f(n))$
- $f(\frac{n}{2}) \in \Theta(f(n))$
- $f(n) \cdot g(n) \in \Theta(\max(f(n), g(n)))$
- $o(f(n)) \cap \omega(f(n)) = \emptyset$
- $\mathcal{O}(f(n)) = \mathcal{O}(g(n)) \Leftrightarrow f(n) \in \Theta(g(n))$
- Für $g(n) \in o(f(n))$: $f(n) + g(n) \in \Theta(f(n))$

Hinweis: Sie können hierbei die folgenden Beziehungen verwenden:

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = C$ mit $0 \leq C < \infty \Rightarrow f(n) \in \mathcal{O}(g(n))$
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0 \Rightarrow f(n) \in o(g(n))$
-

Aufgabe 2: Äquivalenzrelation (10 Punkte)

Zeigen Sie, daß „ Θ “ eine Äquivalenzrelation ist, d.h. Θ erfüllt folgende Eigenschaften:

- Reflexivität: $\forall f : f \in \Theta(f)$
 - Symmetrie: $\forall f, g : f \in \Theta(g) \Rightarrow g \in \Theta(f)$
 - Transitivität: $\forall f, g, h : f \in \Theta(g) \wedge g \in \Theta(h) \Rightarrow f \in \Theta(h)$
-

Aufgabe 3: $\mathcal{O}$ -Notation, Teil 2 (10 Punkte)

Ordnen Sie die folgenden Funktionen aufsteigend nach ihrer Wachstumsgeschwindigkeit, d.h. finden Sie eine Anordnung $f_1, f_2, \dots, f_5$, so dass für $i \in 1, \dots, 4$: $f_i \in \mathcal{O}(f_{i+1})$.

$$\ln(n), e^{\sqrt{n}}, n!, \sqrt[3]{n}, n^n$$

Begründen Sie Ihre Aussagen!

Aufgabe 4: $\mathcal{O}$ -Notation, Teil 3 (10 Punkte)

Welche Aussagen sind falsch? Beweisen Sie Ihre Behauptungen!

- $2 + 2\log(n) \in \mathcal{O}(\log(n))$
 - $\Theta(n^2 + n^{\frac{3}{2}}) = \Theta(n^2)$
 - $3^n \in \mathcal{O}(2^n)$
 - $2^n \in \Theta(3^n)$
-

Abgabe: 04.06.2004 (Vor der Vorlesung)