



PROGRAMMIERUNG II, SS 2004 MUSTERLÖSUNG ZUR 7. ÜBUNG

Aufgabe 1: Laufzeitberechnung (10 Punkte)

i) Betrachten wir die Kosten für die einzelnen Zeilen

	Kosten	Aufrufe
<code>unsigned int n = v.size();</code>	a	1
<code>for (int i = 0; i < n; i++)</code>	b	n
<code>{</code>		
<code>for (int j = i+1; j < n; j++)</code>	c	n-1
<code>{</code>		
<code>std::swap(v[i],v[j]);</code>	d	$\sum_{j=0}^n j$
<code>for (int k = 0; k < n; k++)</code>	e	$n \sum_{j=0}^n j$
<code>{</code>		
<code>std::cout << v[k] << ;</code>	f	$n \sum_{j=0}^n j$
<code>}</code>		
<code>std::cout << std::endl;</code>	g	$\sum_{j=0}^n j$
<code>std::swap(v[j],v[i]);</code>	h	$\sum_{j=0}^n j$
<code>}</code>		
<code>}</code>		

$$\begin{aligned}
 & a + b \cdot n + c \cdot (n - 1) + (d + g + h) \cdot \sum_{j=0}^n j + (e + f) \cdot n \sum_{j=0}^n j \\
 = & a + b \cdot n + c \cdot (n - 1) + (d + g + h) \cdot \frac{n(n - 1)}{2} + (e + f) \cdot \frac{n^2(n - 1)}{2} \\
 = & \frac{e + f}{2} \cdot n^3 + \frac{d + e + f + g + h}{2} \cdot n^2 + \frac{2b + 2c + d + g + h}{2} \cdot n + (a - c)
 \end{aligned}$$

Also liegt der Algorithmus in $\Theta(n^3)$.

ii) Der Algorithmus berechnet alle Transpositionen eines n-elementigen Vectors.

Aufgabe 2: Laufzeitberechnung (10 Punkte)

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A^C)P(A^C)+P(B|A)P(A)} = \frac{0.999 \cdot 0.0002}{0.01 \cdot 0.9998 + 0.999 \cdot 0.0002} \approx 0.019$$

$\Rightarrow$ der Patient hat eine Chance von 98% gesund zu sein, obwohl der Test ihn als krank einschätzte.

Aufgabe 3: Die Binomialverteilung (10 Punkte)

Eine Zufallsvariable X ist *binomialverteilt*, falls gilt:

$$P(\{X = k\}) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \quad p \in [0, 1] \text{ und } q = 1 - p$$

Bestimmen wir den Erwartungswert $E[X]$:

$$\begin{aligned} E[X] &= \sum_{k=1}^n k \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \\ &= np \sum_{k=1}^n \binom{n-1}{k-1} p^{k-1} q^{n-k} \\ &= np \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} p^k q^{(n-1)-k} \\ &= np \underbrace{(p+q)^{n-1}}_{1^{n-1}} \\ &= np \end{aligned}$$

Aufgabe 4: Die geometrische Verteilung (10 Punkte)

i) Sei X ist *geometrisch verteilt*, also gilt:

$$P(\{X = k\}) = p(1-p)^{k-1} \quad (k = 1, \dots, n)$$

$$\text{und } P(\{X = n+1\}) = (1-p)^n$$

$$\begin{aligned}
E[X] &= \sum_{k=1}^n (kp(1-p)^{k-1}) + (n+1)(1-p)^n \\
&\stackrel{q=1-p}{=} p \sum_{k=1}^n (kq^{k-1}) + (n+1)q^n \\
&= p \sum_{k=1}^n \left(\frac{\delta q^k}{\delta q} \right) + (n+1)q^n \\
&= p \frac{\delta \sum_{k=1}^n q^k}{\delta q} + (n+1)q^n \\
&= p \frac{\delta \frac{1-q^{n+1}}{1-q} - 1}{\delta q} + (n+1)q^n \\
&= \frac{-(n+1)q^n + nq^{n+1} + 1}{1-q} + (n+1)q^n \\
&= \frac{1-q^{n+1}}{1-q} \\
&= \frac{1-(1-p)^{n+1}}{p}
\end{aligned}$$

Was man direkt sieht, ist daß $\lim_{n \rightarrow \infty} E[X] = \frac{1}{p}$

ii) $p = \frac{1}{\binom{49}{6}} \approx 7,15 \cdot 10^{-8}$
 $n = 60 \cdot 52 = 3120$

Wir verwenden (i) und setzen ein.

$$\Rightarrow E[X] \approx 3120,65$$
