

Theoretische Informatik - Übungsblatt 10
Übungsgruppe 7 - Mi, 16-18 Uhr
Elena Kvassova

Jan Hendrik Dithmar (Matrikelnummer 2031259)
Dirk Heine (Matrikelnummer 2030941)

Aufgabe 2

- (a) Wäre die Sprache der korrekten Klammerausdrücke regulär, müsste es möglich sein, einen endlichen Automaten zu bauen, der die Sprache akzeptiert. Habe der Automat ohne Beschränkung der Allgemeinheit n Zustände, so kann bereits das Wort über $(n+1)$ öffnende Klammern gefolgt von $(n+1)$ schließenden Klammern nicht mehr vom Automaten überprüft werden, obwohl es offensichtlich in der Sprache enthalten ist. $\downarrow$
- (b) Die Grammatik G ist *nicht* eindeutig, da die Regel $S \rightarrow SS$ zwei mögliche Ableitungen erlaubt: links- oder rechts-assoziativ. Es kann also zum Beispiel bei dem Wort $()()()$ nicht unterschieden werden, ob das Wort als **AB** oder **BA** mit $A \rightarrow ()$ und $B \rightarrow ()()$ zu interpretieren ist.

Die Sprache der korrekten Klammerausdrücke ist eindeutig, da wir eine eindeutige Grammatik für diese Sprache konstruieren können:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow \varepsilon \\ S &\rightarrow L \\ L &\rightarrow A \\ L &\rightarrow AL \\ A &\rightarrow (S) \end{aligned}$$

Beweis: möge sich der Lesen den Fubbes denken...

- (c) Im folgenden der Algorithmus, der offensichtlich die Entscheidung des Wortproblems in linearer Zeit durchführt.

```

c ← 0
for alle Zeichen  $z$  der Eingabe von links nach rechts do
  if  $z = '('$  then
     $c \leftarrow c + 1$ 
  else if  $z = ')'$  then
     $c \leftarrow c - 1$ 
    if  $c < 0$  then
      Wort nicht akzeptiert
    end if
  else
    Wort nicht akzeptiert
  end if
end for
if  $c = 0$  then
  Wort akzeptiert
else
  Wort nicht akzeptiert
end if

```

Aufgabe 3

(a) Ursprüngliche Grammatik:

$$G = (T, V, S, P), \quad T = \{a, b\}, \quad V = \{S, A, B\}$$

$$P = \left\{ \begin{array}{ll} S & \rightarrow ASA \\ S & \rightarrow aB \\ A & \rightarrow B \\ B & \rightarrow b \\ B & \rightarrow \varepsilon \end{array} \right\}$$

Grammatik nach Schritt 1:

$$G = (T, V, S, P), \quad T = \{a, b\}, \quad V = \{S, A, B, Y_a\}$$

$$P = \left\{ \begin{array}{ll} S & \rightarrow ASA \\ S & \rightarrow Y_a B \\ Y_a & \rightarrow a \\ A & \rightarrow B \\ B & \rightarrow b \\ B & \rightarrow \varepsilon \end{array} \right\}$$

Grammatik nach Schritt 2:

$$G = (T, V, S, P), \quad T = \{a, b\}, \quad V = \{S, A, B, C_1, Y_a\}$$

$$P = \left\{ \begin{array}{ll} S & \rightarrow AC_1 \\ C_1 & \rightarrow SA \\ S & \rightarrow Y_a B \\ Y_a & \rightarrow a \\ A & \rightarrow B \\ B & \rightarrow b \\ B & \rightarrow \varepsilon \end{array} \right\}$$

Grammatik nach Schritt 3:

$$G = (T, V, S, P), \quad T = \{a, b\}, \quad V = \{S, A, B, C_1, Y_a\}$$

$$P = \left\{ \begin{array}{ll} S & \rightarrow AC_1 \\ S & \rightarrow C_1 \\ C_1 & \rightarrow SA \\ C_1 & \rightarrow S \\ S & \rightarrow Y_a B \\ S & \rightarrow Y_a \\ Y_a & \rightarrow a \\ A & \rightarrow B \\ B & \rightarrow b \end{array} \right\}$$

Grammatik nach Schritt 4:

$$G' = (T, V, S, P), \quad T = \{a, b\}, \quad V = \{S, A, B, Y_a\}$$

$$P = \left\{ \begin{array}{ll} S & \rightarrow AS \\ S & \rightarrow SA \\ S & \rightarrow Y_a B \\ S & \rightarrow a \\ Y_a & \rightarrow a \\ A & \rightarrow b \\ B & \rightarrow b \end{array} \right\}$$

(b) Nein. Begründung durch Gegenbeispiel: Eine Sprache, die ein Wort der Länge 2 enthält, lässt sich nicht darstellen.

Aufgabe 4

(a) Tabelle mit V_{ij}

V_{ij}	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0
1	C	A	–	A	–	–	–	–	–	A
2		D	–	–	–	–	–	–	–	–
3			C	A	–	–	–	–	–	A
4				D	–	–	–	–	–	–
5					C	–	–	–	–	A
6						C	A	–	A	B
7							D	–	–	–
8								C	A	B
9									D	–
10										D

Das Wort $w = 1010110100$ ist in der Sprache $L(G)$ enthalten.

Linksableitung für $w = 1010110100$

(Syntaxbaum siehe Abbildung 1):

$$\begin{aligned}
 A &\rightarrow AA \\
 &\rightarrow (AA)A \\
 &\rightarrow ((CD)A)A \\
 &\rightarrow ((1D)A)A \\
 &\rightarrow ((10)A)A \\
 &\rightarrow ((10)(CD))A \\
 &\rightarrow ((10)(1D))A \\
 &\rightarrow ((10)(10))A \\
 &\rightarrow ((10)(10))(CB) \\
 &\rightarrow ((10)(10))(1B) \\
 &\rightarrow ((10)(10))(1(AD)) \\
 &\rightarrow ((10)(10))(1((AA)D)) \\
 &\rightarrow ((10)(10))(1(((CD)A)D)) \\
 &\rightarrow ((10)(10))(1(((1D)A)D)) \\
 &\rightarrow ((10)(10))(1(((10)A)D)) \\
 &\rightarrow ((10)(10))(1(((10)(CD))D)) \\
 &\rightarrow ((10)(10))(1(((10)(1D))D)) \\
 &\rightarrow ((10)(10))(1(((10)(10))D)) \\
 &\rightarrow ((10)(10))(1(((10)(10))0))
 \end{aligned}$$

Rechtsableitung für $w = 1010110100$
(Syntaxbaum siehe Abbildung 2):

$$\begin{aligned}
A &\rightarrow AA \\
&\rightarrow (CD)A \\
&\rightarrow (1D)A \\
&\rightarrow (10)A \\
&\rightarrow (10)(AA) \\
&\rightarrow (10)((CD)A) \\
&\rightarrow (10)((1D)A) \\
&\rightarrow (10)((10)A) \\
&\rightarrow (10)((10)(CB)) \\
&\rightarrow (10)((10)(1B)) \\
&\rightarrow (10)((10)(1(AD))) \\
&\rightarrow (10)((10)(1((AA)D))) \\
&\rightarrow (10)((10)(1(((CD)A)D))) \\
&\rightarrow (10)((10)(1(((1D)A)D))) \\
&\rightarrow (10)((10)(1(((10)A)D))) \\
&\rightarrow (10)((10)(1(((10)(CD))D))) \\
&\rightarrow (10)((10)(1(((10)(1D))D))) \\
&\rightarrow (10)((10)(1(((10)(10))D))) \\
&\rightarrow (10)((10)(1(((10)(10))0)))
\end{aligned}$$

(b) Tabelle mit V_{ij}

V_{ij}	1	1	0	0	0	1
1	C	–	–	A	B	–
2		C	A	B	–	–
3			D	–	–	–
4				D	–	–
5					D	–
6						C

Das Wort $w = 110001$ ist *nicht* in der Sprache $L(G)$ enthalten.

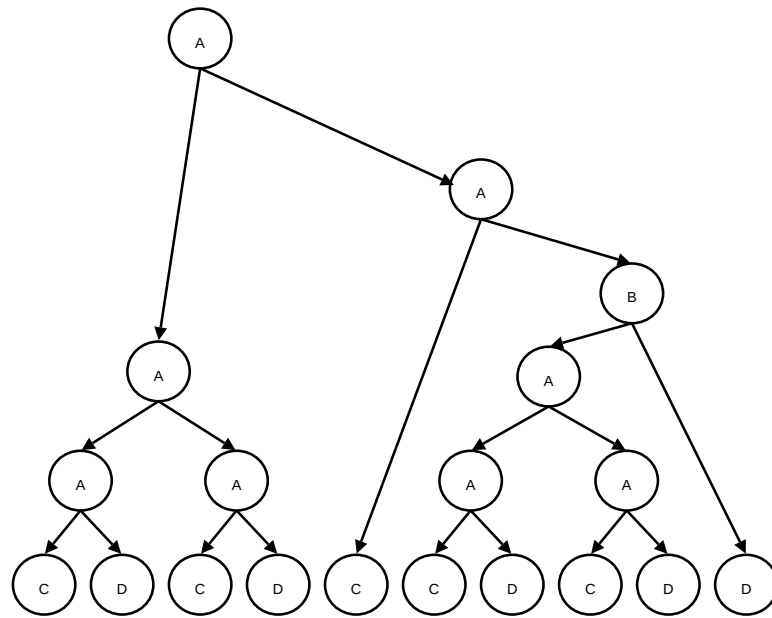


Abbildung 1: Aufgabe 4a: Syntaxbaum für Linksableitung

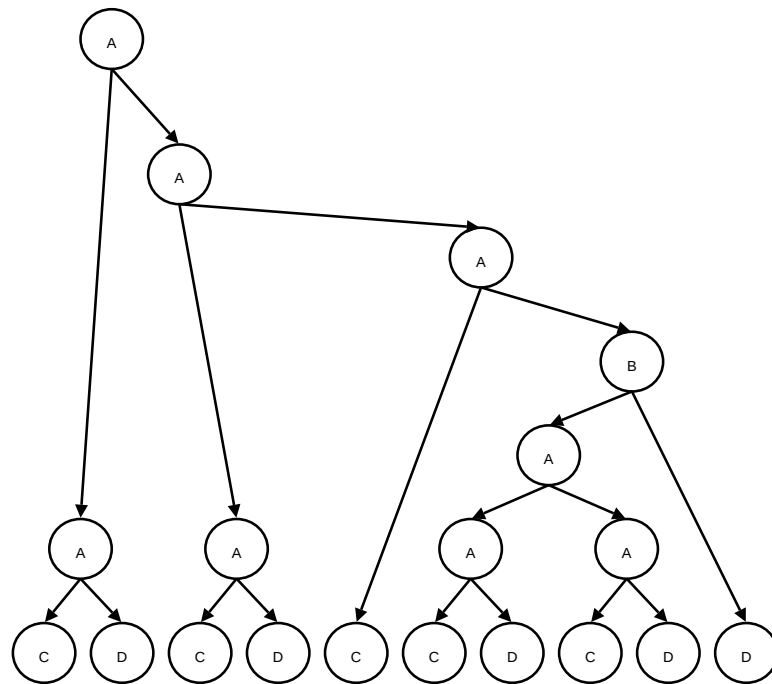


Abbildung 2: Aufgabe 4a: Syntaxbaum für Rechtsableitung