Universität des Saarlandes
FR 6.2 - Informatik
Prof. Dr. W.J. Paul
Dipl. Inform. M. Klein
Dipl. Inform. T. In der Rieden

7. Übungsblatt Informatik II

(Abgabe: 13.06.2003)

1. **Aufgabe: (Prädikatsberechnung)** **(6 Punkte)**
   Gib boolesche Ausdrücke an, die folgende Prädikate berechnen:

   (a) alu $= 1 \Leftrightarrow$ Instruktion ist Alu-Operation mit Operanden RS1 und RS2.
   (b) testi $= 1 \Leftrightarrow$ Instruktion ist Test-Operation mit Operanden RS1 und Immediate-Konstante.
   (c) shifta $= 1 \Leftrightarrow$ Instruktion ist arithmetische Shift-Operation.

2. **Aufgabe: (Addressberechnung)** **(6 Punkte)**
   Sei $x \in \{0,1\}^n;\ k < n$. Beweise: $\lfloor \langle x \rangle / 2^k \rfloor \cdot 2^k = \langle x[n-1:k]\ 0^k \rangle$.

3. **Aufgabe: (2s complement Multiplizierer)** **(6 + 6 + 6 Punkte)**
   Seien $a, b \in \{0,1\}^n$.

   (a) Beweise: $[a] \cdot [b] = \langle a \rangle \cdot \langle b \rangle - (a_{n-1} \cdot \langle b[n-2:0] \rangle + \langle a[n-2:0] \rangle \cdot b_{n-1}) \cdot 2^n$
   (b) Zeige: $[a] \cdot [b]$ läßt sich als 2's complement Zahl mit $2n$ Bit darstellen.
   (c) Konstruiere auf Basis eines Multiplizierers für n-stellige Binärzahlen einen Schaltkreis, der abhängig von $u \in \{0,1\}$ ein $p \in \{0,1\}^{2n}$ berechnet, so daß gilt:
   $$\langle p \rangle = \langle a \rangle \cdot \langle b \rangle \text{ falls } u = 1,\ \ [p] = [a] \cdot [b] \text{ falls } u = 0.$$

4. **Aufgabe: (Parallel Prefix)** **(8 + 2 Punkte)**
   Sei $\circ : \{0,1\}^2 \rightarrow \{0,1\}$ eine **assoziative** Funktion.

   Def.: Ein n-bit Parallel Prefix $\circ$ Schaltkreis ist ein Schaltkreis mit Eingängen $x \in \{0,1\}^n$ und Ausgängen $y \in \{0,1\}^n$, so dass $y_0 = x_0$ und $y_i = x_i \circ ... \circ x_0\ \forall i \in \{1, ..., n-1\}$.

   Abbildung 1 zeigt die rekursive Konstruktion eines effizienten n-bit Parallel Prefix $\circ$ Schaltkreises für $n = 2^k$.

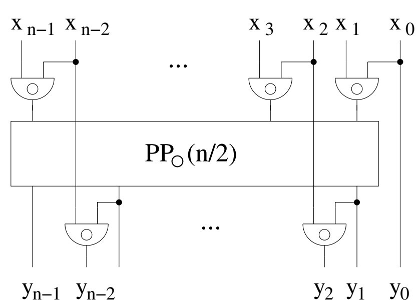

Abbildung 1: n-bit Parallel Prefix

   (a) Beweise die Korrektheit der angegebenen Konstruktion.
   (b) Bestimme Kosten und Tiefe (nicht geschlossen) der angegebenen Konstruktion in Abhängigkeit von Kosten und Tiefe von $\circ$.

5. *** Aufgabe: (Encoder)** **(10 Punkte *)**
   Def.: Ein n-bit Encoder ist ein Schaltkreis mit Eingängen $a \in \{0,1\}^{2^n}$, so dass $a_i = 1$ für maximal ein $i \in \{0, ..., 2^n - 1\}$, und Ausgängen $b \in \{0,1\}^n$ und $nz \in \{0,1\}$, so dass
   $$nz = 0 \Leftrightarrow a = 0^{2^n} \text{ und } \langle b \rangle = \begin{cases} i\ ; & a_i = 1 \\ 0\ ; & nz = 0 \end{cases}$$
   Konstruiere rekursiv einen Encoder mit Kosten $C(Enc_n) = 2 \cdot C(Enc_{n-1}) + n$ und Tiefe $D(Enc_n) = D(Enc_{n-1}) + 1$.