Universität des Saarlandes
FR 6.2 - Informatik
Prof. Dr. W.J. Paul
Dipl. Inform. M. Klein
Dipl. Inform. T. In der Rieden

5. Übungsblatt Informatik II

(Abgabe: 30.05.2003)

1. **Aufgabe: (Zero-Berechnung)** **(5 Punkte)**
   Beweise oder widerlege: Seien $a, b \in \{0,1\}^n;\ s \in \{0,1\}^{n+1};\ [s] = [a] - [b]$.
   Dann gilt: $s[n-1:0] = 0^n \Leftrightarrow [a] = [b]$.

2. **Aufgabe: (Decoder)** **(4 Punkte)**
   Betrachte den Decoder aus der Vorlesung. Es sei bereits bewiesen:
   $Dec_{n-1}(x[n-2:0]) = y[2^{n-1}-1:0]$ mit $y_i = 1 \Leftrightarrow \langle x \rangle = i$.
   Beweise die Korrektheit von Dec_n für den Fall $x_{n-1} = 1$.

3. **Aufgabe: (Schneller Decoder)** **(4 + 5 + 7 Punkte)**
   (a) Seien $x \in \{0,1\}^n;\ n = 2^k$. Konstruiere rekursiv einen schnellen Decoder $FDec_n$ mit:
   $C(FDec_n) = 2 \cdot C(FDec_{n/2}) + 2^n;\ D(FDec_n) = D(FDec_{n/2}) + 1$.
   (b) Beweise die Korrektheit deiner Konstruktion.
   (c) Bringe die Kostenformel des Schaltkreises in eine geschlossene Form und beweise die Korrektheit deiner Lösung.

4. **Aufgabe: (Incrementer)** **(2 + 3 + 5 Punkte)**
   Def.: Ein n-Incrementer Inc_n ist ein Schaltkreis mit Eingängen $a \in \{0,1\}^n, c \in \{0,1\}$ und Ausgängen $s \in \{0,1\}^{n+1}$, so dass $\langle s \rangle = \langle a \rangle + c$. Im folgenden sei $n = 2^k$.
   (a) Konstruiere Inc_1 mit Kosten max. 2 und Tiefe max. 1. Diesen Schaltkreis nennt man auch *Halbaddierer HA*.
   (b) Konstruiere rekursiv einen Carry-Chain-Incrementer mit
   $C(Inc_n) = C(Inc_{n-1}) + 2$ und $D(Inc_n) = D(Inc_{n-1}) + 1$.
   (c) Konstruiere rekursiv einen Conditional-Sum-Incrementer mit
   $C(Inc_n) = 2 \cdot C(Inc_{n/2}) + 3 \cdot n/2 + 2$ und $D(Inc_n) = D(Inc_{n/2}) + 3$.

5. **Aufgabe: (ALU)** **(10 Punkte)**
   Berechne die Tiefe des ALU-Schaltkreises aus der Vorlesung unter folgenden Voraussetzungen:
   - Die Breite der Eingangssignale beträgt 32 Bit.
   - Als Addierer wird ein Conditional Sum Addierer benutzt.

6. *** Aufgabe: (BCD-Addierer)** **(7 + 3 Punkte *)**
   Def.: Die Binary Coded Decimal Darstellung $BCD(x) \in \{0,1\}^{4n}$ einer Zahl
   $x \in \{0, ..., 10^n - 1\}$ ist definiert als:
   - Bestimme die Darstellung $u \in \{0, ..., 9\}^n$ mit $\langle u \rangle_{10} = x$.
   - Ersetze jedes der u_i durch $v_i \in \{0,1\}^4$ mit $\langle v_i \rangle_2 = \langle u_i \rangle_{10}$.

   Def.: $BCDRange_n = \{a \in \{0,1\}^{4n} |\ \exists\ x \in \{0, ..., 10^n - 1\} : a = BCD(x)\}$.
   Def.: Sei $a \in BCDRange_n$, dann ist $BCD^{-1}(a)$ das $x \in \{0, ..., 10^n - 1\}$ mit $a = BCD(x)$.
   Ein n-Ziffern BCD Addierer ist ein Schaltkreis mit Eingängen $a, b \in BCDRange_n, c \in \{0,1\}$ und Ausgängen $s \in BCDRange_{n+1}$, so daß $BCD^{-1}(s) = BCD^{-1}(a) + BCD^{-1}(b) + c$
   (a) Konstruiere einen 1-Ziffern BCD Addierer mit Tiefe ≤ 15.
   (b) Beweise für n-Ziffern BCD-Addierer: $s_{4n+3} = s_{4n+2} = s_{4n+1} = 0$, d.h. n-Ziffern BCD-Addierer sind kaskadierbar.