

Mathematik für Informatiker II - Übungsblatt 9
Übungsgruppe 1 - Mo, 14-16 Uhr
Janko Böhm

Jan Hendrik Dithmar - Matrikelnummer 2031259

Aufgabe 1

Gegeben: X und Y unabhängige, identisch verteilte, kontinuierliche Zufallsvariablen. Wie groß ist $P(X > Y)$?

Lösung

$$P(X > Y) = 0,5$$

Begründung, Beweis

Dies ist offensichtlich, denn

X und Y sind gleich verteilt

$$\Rightarrow P(X > Y) = P(Y > X)$$

$$\Rightarrow P(X > Y) = P(X < Y) = P(X \leq Y), \quad \text{da } X, Y \text{ kontinuierliche Zufallsvariablen}$$

$$\text{und } P(X > Y) = 1 - P(X \leq Y), \quad \text{da } P(X \leq Y) \text{ Gegenereignis von } P(X > Y)$$

$$\Rightarrow P(X > Y) = 1 - P(X > Y) \Rightarrow P(X > Y) = 0,5 \quad \square$$

Aufgabe 2

Das Münzwurfexperiment wurde wie folgt durchgeführt:

Die Münze wurde auf den rechten Daumen gelegt und mit diesem in die Luft geschleudert. Im Fall wurde die Münze mit der rechten Hand gefangen und auf den linken Arm gelegt. Es wurde das folgende Ergebnis abgelesen:

1001001111 0100000011 1111010110 0000001001 0001001010 1101111110 0111001101
1000100000 1011010101 1010101010

Gezählt wurde folgendes:

$$\#\{Kopf\} = 52$$

$$\#\{Zahl\} = 48$$

Somit ist die Differenz $D = |\#\{Kopf\} - \#\{Zahl\}|$:

$$D = |\#\{Kopf\} - \#\{Zahl\}| = |52 - 48| = 4$$

Aufgabe 5

X_1, X_2 ZV mit Kovarianzmatrix $(Cov(X_i, X_j))_{i,j=1,2} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$.

$$\Rightarrow Var(X_1) = 1 \wedge Var(X_2) = 1 \wedge Cov(X_1, X_2) = \frac{1}{2}.$$

Es gilt:

$$\begin{aligned} \text{Var}(X_1 - X_2) &= E((X_1 - X_2)^2) - (E(X_1 - X_2))^2 \\ &= E(X_1^2 - 2X_1X_2 + X_2^2) - (E(X_1) - E(X_2))^2 \\ &= E(X_1^2) - 2 \cdot E(X_1X_2) + E(X_2^2) \\ &\quad - (E(X_1))^2 + 2 \cdot E(X_1)E(X_2) - (E(X_2))^2 \\ &= \text{Var}(X_1) - 2 \cdot [E(X_1X_2) - E(X_1) \cdot E(X_2)] + \text{Var}(X_2) \\ &= \text{Var}(X_1) + \text{Var}(X_2) - 2 \cdot E(X_1X_2 - E(X_1)E(X_2)) \\ &= \text{Var}(X_1) + \text{Var}(X_2) - 2 \cdot \text{Cov}(X_1, X_2) \\ &= 1 + 1 - 2 \cdot \frac{1}{2} \\ &= 1 \end{aligned}$$