

§4 Die g-al-Entwicklung einer Zahl

sei $g \in \mathbb{N}$, $g \geq 2$

(4.1) Satz

Sei $x \in \mathbb{R}$, $x > 0$. Dann existiert genau eine Reihe $\sum_{k=n}^{\infty} a_k g^{-k}$, wobei $n \in \mathbb{Z}$ mit folgenden Eigenschaften:

- (a) $\sum_{k=n}^{\infty} a_k g^{-k} = x$
- (b) $a_k \in \mathbb{N}$ und $0 \leq a_k < g$
- (c) $a_n \neq 0$
- (d) $a_k < g - 1$ für unendlich viele k

Bemerkung:

Die Zahlen $0, 1, \dots, g-1$ heißen in diesem Zusammenhang g-adische Ziffern

Beispiele:

(1) $g=10$ $x=123,25$

$$a_{-2} = 1 \quad a_{-1} = 2 \quad a_0 = 3 \quad a_1 = 2 \quad a_2 = 5 \quad \forall k \geq 3$$

(2) $g=2$ Ziffern: 0,1 (dyadische Darstellung)

$$123 = \sum_{k=n}^{\infty} a_k \cdot 2^{-k}$$

k=	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7
$2^{-k} =$	1	2	4	8	16	32	64	128

$$\begin{array}{lcl}
 1 \cdot 2^6 & , & 123 - 64 = 59 \\
 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 & & 59 - 32 = 27 \\
 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 & & 27 - 16 = 11 \dots
 \end{array}$$

$$123_{10} = 1111011_2$$

(3) $g=16$ Ziffern $0, 1, \dots, 9, A, B, C, D, E, F$

$$17_{10} = 11_{16}$$

$$31_{10} = 1F_{16}$$

(4) 123_{10} $g=5$
 $4 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0$

$$123_{10} = 443_5$$