

- (Binomischer Lehrsatz) Seien x, y reelle Zahlen und n eine natürliche Zahl. Dann gilt

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$$

- (Geometrische Reihe) Für $x \neq 1$ und jede natürliche Zahl n gilt:

$$\sum_{k=0}^n x^k = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}$$

- (ε -Kriterium) Sei $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge reeller Zahlen. Die Folge heißt konvergent gegen $a \in \mathbb{R}$, falls gilt: Zu jedem $\varepsilon > 0$ existiert ein $N \in \mathbb{N}$, so dass

$$|a_n - a| < \varepsilon$$

für alle $n \geq N$

- (Cauchy-Konvergenz-Kriterium) Sei $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge reeller Zahlen. Die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ konvergiert genau dann, wenn gilt: Zu jedem $\varepsilon > 0$ existiert ein $N \in \mathbb{N}$, so dass

$$\left| \sum_{k=m}^n a_k \right| < \varepsilon$$

für alle $n \geq m \geq N$

- (Quotientenkriterium) Sei $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ eine Reihe mit $a_n \neq 0$ für alle $n \geq n_0$. Es gebe eine reelle Zahl q mit $0 < q < 1$, so dass

$$\left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| \leq q$$

für alle $n \geq n_0$. Dann konvergiert $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ absolut.

- (Leibniz-Konvergenz-Kriterium) Sei $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine monoton fallende Folge nicht-negativer Zahlen mit $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$. Dann konvergiert die alternierende Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n a_n$$

- (Majoranten-Kriterium) Sei $\sum_{n=0}^{\infty} c_n$ eine konvergente Reihe mit lauter nicht-negativen Gliedern und $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge mit

$$|a_n| \leq c_n$$

für alle $n \in \mathbb{N}$. Dann konvergiert die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ absolut.

- (Limes superior, Limes inferior) Sei $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge reeller Zahlen. Dann definiert man

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n := \lim_{n \rightarrow \infty} (\sup\{a_k : k \geq n\}) \quad \liminf_{n \rightarrow \infty} a_n := \lim_{n \rightarrow \infty} (\inf\{a_k : k \geq n\})$$