



Übungen zur Vorlesung
Lineare Algebra I

WS 2000/01 Blatt 13

Abgabe: Freitag, den 09.02.2001, vor der Vorlesung

Aufgabe 45:

(i) Sei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 2 & 12 & 7 \\ 1 & 10 & 6 \end{pmatrix} \in M(3 \times 3, \mathbb{R}).$$

Für welche $t \in \mathbb{R}$ ist das lineare Gleichungssystem

$$A \cdot x = b, \quad b = \begin{pmatrix} 12t \\ 12t + 7 \\ 7t + 8 \end{pmatrix}$$

lösbar? Geben Sie gegebenenfalls alle Lösungen an.

(ii) Seien

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 10 & 8 & 8 \\ 1 & 3 & 7 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 4 & 0 & -2 \end{pmatrix} \in M(4 \times 5, \mathbb{R}), \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4.$$

Bestimmen Sie alle Lösungen von $A \cdot x = b$.

Aufgabe 46:

(i) Sind die folgenden Matrizen invertierbar? Wenn ja, dann geben Sie die inverse Matrix an.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in M(3 \times 3, \mathbb{R}), \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in M(3 \times 3, \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}).$$

(ii) Zeigen Sie:

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M(2 \times 2, K) \text{ ist invertierbar} \Leftrightarrow \det(A) \neq 0.$$

Berechnen Sie in diesem Fall die Inverse von A .

Aufgabe 47:

Im $\mathbb{R}^3$ seien die Basen

$$\mathcal{A} = ((1, -1, 2), (2, 3, 7), (2, 3, 6)) \text{ und } \mathcal{B} = ((1, 2, 2), (-1, 3, 3), (-2, 7, 6))$$

gegeben.

- (i) Berechnen Sie die Transformationsmatrix $T_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}$.
- (ii) Bestimmen Sie die Koordinaten des Vektors

$$v = 2 \cdot (1, -1, 2) + 9 \cdot (2, 3, 7) - 8 \cdot (2, 3, 6)$$

bezüglich der Basis $\mathcal{B}$.

Aufgabe 48:

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 4 & 2 \\ 5 & -14 & -7 & -12 \\ 3 & 8 & 5 & 4 \end{pmatrix} \in M(3 \times 4, \mathbb{R}).$$

Führen Sie A in Normalform D über und bestimmen Sie Basen $\mathcal{A}$ bzw. $\mathcal{B}$ von $\mathbb{R}^4$ bzw. $\mathbb{R}^3$, bzgl. derer φ_A durch D beschrieben wird.

Maple-Aufgabe M4:

- (i) Schreiben Sie eine Prozedur in **Maple**, die als Eingabe eine $m \times n$ -Matrix A und einen Vektor b mit m Komponenten erhält und die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems $A \cdot x = b$ berechnet.
- (ii) Schreiben Sie eine Prozedur in **Maple**, die bei Eingabe einer $n \times n$ -Matrix A prüft, ob diese invertierbar ist, und gegebenenfalls die zu A inverse Matrix ausgibt.