



Übungen zur Vorlesung
Lineare Algebra I

WS 2000/01 Blatt 4

Abgabe: Freitag, den 24.11.2000, vor der Vorlesung

Aufgabe 9: Sei S_n die Permutationsgruppe von $\{1, \dots, n\}$. Zeigen Sie durch vollständige Induktion nach n :

(i) S_n hat genau $n!$ Elemente. Dabei ist $n!$ induktiv definiert durch

$$0! = 1 \quad \text{und} \quad n! = n(n-1)! .$$

(ii) Jedes $\sigma \in S_n$ läßt sich als Produkt von endlich vielen Transpositionen schreiben.

Aufgabe 10: Zeigen Sie die Rechenregeln 2.10 aus der Vorlesung.

Aufgabe 11: Bestimmen Sie alle Untergruppen

- (i) der Kleinschen Vierergruppe.
- (ii) der Permutationsgruppe S_3 .

Aufgabe 12: Zeigen Sie: Ist U eine Untergruppe von $(\mathbb{Z}, +)$, so existiert $n \in \mathbb{N}$ mit

$$U = n\mathbb{Z} .$$

Insbesondere ist jede Untergruppe von $(\mathbb{Z}, +)$ zyklisch.

Hinweis: Verwenden Sie Satz 1.12 und Aufgabe 2.