



Übungen zur Vorlesung
Lineare Algebra I
WS 2000/01 Blatt 3

Abgabe: Freitag, den 17.11.2000, vor der Vorlesung

Aufgabe 5: Zeigen Sie, daß für eine Menge $X \neq \emptyset$ die folgenden Aussagen äquivalent sind:

- (i) X ist endlich.
- (ii) Jede injektive Abbildung $X \rightarrow X$ ist bijektiv.
- (iii) Jede surjektive Abbildung $X \rightarrow X$ ist bijektiv.

Aufgabe 6: Sei $f : X \rightarrow Y$ eine Abbildung zwischen zwei Mengen. Zeigen Sie:

- (i) $f^{-1}(f(A)) \supset A$ für $A \subset X$
 $f(f^{-1}(B)) \subset B$ für $B \subset Y$

- (ii) $f^{-1}\left(\bigcap_{i \in I} B_i\right) = \bigcap_{i \in I} f^{-1}(B_i)$
für $(B_i)_{i \in I} \subset \mathfrak{P}(Y)$

$$f^{-1}\left(\bigcup_{i \in I} B_i\right) = \bigcup_{i \in I} f^{-1}(B_i)$$

- (iii) $f\left(\bigcap_{i \in I} A_i\right) \subset \bigcap_{i \in I} f(A_i)$
für $(A_i)_{i \in I} \subset \mathfrak{P}(X)$

$$f\left(\bigcup_{i \in I} A_i\right) = \bigcup_{i \in I} f(A_i)$$

Zeigen Sie an Hand von Beispielen, daß in (i) und im ersten Fall von (iii) die Gleichheit im Allgemeinen nicht gilt.

Aufgabe 7: Sei X eine Menge mit genau n Elementen. Zeigen Sie:
Die Anzahl der Paare $(A, B) \in \mathfrak{P}(X) \times \mathfrak{P}(X)$ mit $A \cap B = \emptyset$ beträgt 3^n .

Aufgabe 8:

- a) Sei $\emptyset \neq X$ eine endliche geordnete Menge. Zeigen Sie:
 X besitzt ein minimales und ein maximales Element.
- b) Sei X eine induktiv geordnete Menge mit $x \in X$. Zeigen Sie:
Es gibt ein maximales Element $z \in X$ mit $x \leq z$.